Analisi Matematica, Informatica. Prova Scritta (13/6/2023)

• Il compito è composto da 5 esercizi da svolgere utilizzando **SOLO** lo spazio lasciato in questi fogli, più un foglio aggiuntivo.
• I passaggi non adeguatamente giustificati non saranno presi in considerazione. Con m **viene indicato il mese della data di nascita dell'esaminando** (per esempio se il candidato fosse nato a gennaio, m sarebbe 1, se fosse nato invece a dicembre m sarebbe 12). Negli esercizi, m deve essere fissato in questo modo.
• Completare subito questa pagina con cognome e nome.
• Scrivere cognome e nome **su ogni foglio**.

Cognome:
Nome:
Data di Nascita:
Matricola:

EX	Pt
1	
2	
3	
4	
5	
TOT.	

Esercizio 1. Si determini il dominio della funzione

$$\frac{x^{\frac{2}{3m}}}{\log_{2m}|x|}.$$

Si risolva, in campo complesso, l'equazione

$$|z|^2 z = -3m\imath .$$

Esercizio 2. Si calcolino, se esistono, o si giustifichi la non esistenza, dei seguenti limiti:

$$\lim_{n\to+\infty}\left[n\left(\sqrt[2m]{1-\tan\frac{1}{n}}-1\right)\right];$$

$$\lim_{\{(x,y)\to(0,0)|(x,y)\in D_f\}} f(x,y)$$

dove $f(x,y) := \frac{xy}{x+y}$.
Esercizio 3. Si studi la seguente funzione

$$f(x) = \frac{\ln(\ln|x|^{\frac{1}{3m}})}{\sqrt{x}},$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo con i rispettivi valori, intervalli di crescenza/decrescenza. Determinare eventuali punti di flesso, e intervalli di concavità/convessità di f.
Esercizio 4. Sia G una qualunque primitiva della funzione $f(x) = \frac{1}{(2mx-1)^2}$ nella semiretta $(\frac{1}{2m}, +\infty)$, e F una delle primitive tale che $F(1) = 0$. Si dica, giustificando la risposta, se le se seguenti affermazioni siano vere o false.

(1) $F(2) = 1/3$.

(2) $\lim_{x\to+\infty} G(x) > 0$ per ogni primitiva G.

(2) Esiste una sola primitiva F che soddisfa le condizioni date (cioè $F(1) = 0$).

Esercizio 5. Si scriva l'equazione del piano tangente alla superficie di equazione

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1$$

nel punto $\left(\frac{(-1)^m}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$.
Svolgimento: