

ANALISI MATEMATICA, INFORMATICA. PROVA SCRITTA (4/9/2023)

- Il compito è composto da 5 esercizi da svolgere utilizzando **SOLO** lo spazio lasciato in questi fogli, più un foglio aggiuntivo.
- I passaggi non adeguatamente giustificati non saranno presi in considerazione. Con m **viene indicato il mese della data di nascita dell'esaminando** (per esempio se il candidato fosse nato a gennaio, m sarebbe 1, se fosse nato invece a dicembre m sarebbe 12). Negli esercizi, m deve essere fissato in questo modo.
- Completare subito questa pagina con cognome e nome.
- Scrivere cognome e nome **su ogni foglio**.

Cognome:	EX	Pt
Nome:	1	
Data di Nascita:	2	
Matricola:	3	
	4	
	5	
	TOT.	

Esercizio 1. Si calcoli, se esiste,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\frac{1}{\cos x}} - 1}{\sin^2\left(\frac{x}{2m}\right)}.$$

Si risolva, in campo complesso, l'equazione

$$z^4 + (m - 1)z^2 - m = 0$$

(sugg: si noti che l'equazione assegnata è una biquadratica).

Esercizio 2. Si calcoli $\int_m^{2m} \frac{m+x/m}{1+x^2} dx$.

Esercizio 3. Si studi la seguente funzione

$$f(x) = \frac{\tan x}{m} + \frac{m}{\tan x},$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo con i rispettivi valori, intervalli di crescita/decrecenza. Determinare eventuali punti di flesso, e intervalli di concavità/convessità di f . Tracciare il grafico qualitativo della funzione f .

Esercizio 4. Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -\frac{x}{y}, \\ y(m) = (-1)^m. \end{cases}$$

Esercizio 5. Si determinino i valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\ln(1 + 1/n)}{(\ln n)^{m\alpha}}$$

è convergente.

Svolgimento: