Analisi Matematica I, Ingegneria (E–Mad). Esame (3/7/2014)

• Il compito si compone di una parte di esercizi da svolgere utilizzando **SOLO** lo spazio lasciato in questi fogli, e di una parte fatta di domande a risposta multipla.
• Per la parte relativa agli esercizi giustificare le risposte, enunciando esplicitamente i teoremi generali utilizzati. Le risposte non motivate non saranno prese in considerazione. Con m viene indicato il mese della data di nascita dell'esaminando. Negli esercizi, m deve essere fissato in questo modo.
• Le domande a risposta multipla, valgono 3pt. per la risposta giusta, –0.6 per la risposta sbagliata e 0 se non si risponde. Segnare in maniera univoca la parte corrispondente al quesito situata nella parte inferiore del foglio con le domande. Per evitare ogni tipo di contestazione, tutti gli altri casi (per esempio segni non chiari, multipli, e/o corretti col bianchetto) non verranno considerati. Quindi si consiglia di compilare questa parte del foglio **SOLO** quando si è sicuri di ciò che si vuole scrivere.
• Completare subito questa pagina con cognome e nome.
• Scrivere cognome e nome **su ogni foglio**.

Cognome:
Nome:
Data di Nascita:

EX	Pt
1	
2	
DRM	
TOT.	

Esercizio 1. Un ciondolo ha la forma di un solido di rotazione ottenuto ruotando la funzione

$$f(x) = e^{-mx^2}$$

attorno all'asse delle ascisse, per $x \in [0, 1]$ (le unita di misura sono in cm). La densità del ciondolo in questione dipende solo dalla variabile x, ed è data (in $[gr][cm^{-3}]$) da

$$\rho(x) = \frac{5x}{m}.$$

Si calcoli la massa M del ciondolo (sugg: si consideri il solido costituito da una sequenza continua di dischi infinitesimi di raggio $f(x)$ e di altezza dx. Si passi quindi a determinare il volume infinitesimo di tale dischetto. Infine si integri il tutto tenendo conto della densità).
Svolgimento:

Esercizio 2. Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 - 4| - \frac{mx}{3}}$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, punti di massimo/minimo relativo con i rispettivi valori, intervalli di crescenza/decrescenza. Determinare eventuali punti di flesso, e intervalli di concavità/convessità di f.

Svolgimento:

Compito n.1 (Prof. Fidaleo) *Punteggi: Giusto=3, Non Fatto=0, Sbagliato=-0.6*

Quesito n. 1 L'integrale improprio $\int_{2+\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{1}{x^2-4x+5}dx$ è uguale a:

$\boxed{\text{A}}$ $\frac{\pi}{4}$ $\boxed{\text{B}}$ $\frac{\pi}{6}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{\pi}{3}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{5\pi}{6}$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{\pi}{2}$ $\boxed{\text{F}}$ $\frac{2\pi}{3}$

Quesito n. 2 Dato il numero complesso $z = \left(\frac{-2i}{2+2\sqrt{3}\,i}\right)^2$, si ha:

$\boxed{\text{A}}$ $|z| = \frac{1}{2}$, $Arg(z) = \frac{\pi}{3}$, $\overline{z} = \frac{1-\sqrt{3}\,i}{2}$ $\boxed{\text{B}}$ $|z| = 3$, $Arg(z) = \frac{5\pi}{3}$, $\overline{z} = \frac{3+3\sqrt{3}\,i}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ $|z| = \frac{1}{2}$, $Arg(z) = \frac{4\pi}{3}$, $\overline{z} = \frac{-1-\sqrt{3}\,i}{2}$ $\boxed{\text{D}}$ $|z| = \frac{1}{4}$, $Arg(z) = \frac{\pi}{3}$, $\overline{z} = \frac{1-\sqrt{3}\,i}{8}$ $\boxed{\text{E}}$ $|z| = \frac{1}{2}$, $Arg(z) = \frac{\pi}{2}$, $\overline{z} = -\frac{i}{2}$ $\boxed{\text{F}}$ $|z| = 4$, $Arg(z) = \frac{4\pi}{3}$, $\overline{z} = -2+2\sqrt{3}\,i$

Quesito n. 3 Sia $y(x)$ la soluzione di $y' = \frac{2xy}{4+x^2} + 2x$ con condizione iniziale $y(0) = 0$. Allora $y(2)$ è uguale a

$\boxed{\text{A}}$ 0 $\boxed{\text{B}}$ $-2\ln 2$ $\boxed{\text{C}}$ $8\ln 2$ $\boxed{\text{D}}$ $4\ln 2$ $\boxed{\text{E}}$ $4\ln\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{F}}$ $-4\ln 2$

Quesito n. 4 Il $\lim_{x\to 0} \frac{\left(e^{6x}-1\right)\ln(1-\sin x)}{\cos 3x - 1}$ è uguale a:

$\boxed{\text{A}}$ 3 $\boxed{\text{B}}$ $\frac{9}{2}$ $\boxed{\text{C}}$ non esiste $\boxed{\text{D}}$ $\frac{3}{2}$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{4}{3}$ $\boxed{\text{F}}$ $\frac{1}{3}$

Quesito n. 5 Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ tale che $f(0,0) = 0$ e $f(x,y) = \frac{x^5+y^5}{x^4+y^4}$ per ogni $(x,y) \neq (0,0)$. Si considerino le affermazioni:

(**a**) f è continua in $(0,0)$;

(**b**) in $(0,0)$ esistono sia f_x che f_y;

(**c**) in $(0,0)$ esiste $\frac{\partial f}{\partial v}$ per ogni direzione $v \in \mathbf{R}^2 - \{(0,0)\}$;

(**d**) f è differenziabile in $(0,0)$;

Allora quelle vere sono:

$\boxed{\text{A}}$ solo **(a)** e **(b)** $\boxed{\text{B}}$ solo **(a)**, **(b)** e **(c)** $\boxed{\text{C}}$ solo **(b)** e **(c)** $\boxed{\text{D}}$ tutte $\boxed{\text{E}}$ solo **(b)** $\boxed{\text{F}}$ solo **(a)**

Quesito n. 6 Quante soluzioni ha l'equazione $\ln x^{10} = x$?

$\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ 3 $\boxed{\text{C}}$ 4 $\boxed{\text{D}}$ 0 $\boxed{\text{E}}$ 2 $\boxed{\text{F}}$ più di 4

Compito n.1 Cognome:................ Nome:................ Matr:........ Firma:...................

n.1	n.2	n.3	n.4	n.5	n.6
A	A	A	A	A	A
B	B	B	B	B	B
C	C	C	C	C	C
D	D	D	D	D	D
E	E	E	E	E	E
F	F	F	F	F	F