

1. Sia  $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

a. Trovare le formule per la rotazione  $R_{-\frac{\pi}{2}, \mathbf{p}}$  di centro  $\mathbf{p}$  ed angolo  $-\frac{\pi}{2}$ .

b. Trovare le formule per la rotazione  $R_{\frac{\pi}{4}, \mathbf{p}}$  di centro  $\mathbf{p}$  ed angolo  $\frac{\pi}{4}$

c. Sia  $\ell$  la retta di equazione parametrica  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ . Calcolare un'equazione parametrica della retta che si ottiene applicando  $R_{-\frac{\pi}{2}, \mathbf{p}}$  ad  $\ell$ .

d. Sia  $m$  la retta di equazione cartesiana  $x_1 + 2x_2 = 3$ . Calcolare un'equazione parametrica della retta che si ottiene applicando  $R_{\frac{\pi}{4}, \mathbf{p}}$  ad  $m$ .

2. Sia  $S$  la riflessione alla retta  $\ell$  di equazione cartesiana  $x_1 - \sqrt{3}x_2 = 0$  ed  $S'$  la riflessione rispetto alla retta  $m$  di equazione parametrica  $\mathbf{x} = t \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

a. Calcolare le formule per  $S$  ed  $S'$ .

b. Calcolare le formule per  $S \circ S'$  e per  $S' \circ S$ .

c. Geometricamente cosa fanno  $S \circ S'$  e  $S' \circ S$ .

d. Esiste un quadrato  $Q$  che viene lasciato mandato in se stesso sia da  $S \circ S'$  che da  $S' \circ S$ ?

3. Sia  $S$  la riflessione rispetto alla retta  $\ell$  di equazione  $\sqrt{3}x_1 - x_2 = 2$ .

a. Trovare le formule per  $S$  e calcolare  $S(\mathbf{p})$  ed  $S(\mathbf{q})$  dove  $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

b. Calcolare  $S^2(\mathbf{p}) = S(S(\mathbf{p}))$  e  $S^2(\mathbf{q}) = S(S(\mathbf{q}))$ . Calcolare  $S^3(\mathbf{p}) = S(S(S(\mathbf{p})))$  e  $S^3(\mathbf{q}) = S(S(S(\mathbf{q})))$ . Calcolare  $S^{68}(\mathbf{p})$  e  $S^{91}(\mathbf{q})$ .

4. Sia  $\Omega$  l'esagono i cui vertici sono i punti di  $\mathbf{R}^2$  di coordiante

$$\mathbf{q}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{q}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}, \mathbf{q}_3 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}, \mathbf{q}_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{q}_5 = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}, \mathbf{q}_6 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}\sqrt{3} \end{pmatrix}.$$

a. Per quali angoli  $\phi$  la rotazione  $R_\phi$  manda l'esagono  $\Omega$  in se stesso.

b. Calcolare l'immagine di  $\Omega$  dopo la riflessione rispetto

i all'asse delle ordinate

ii all'asse delle ascisse

iii alla retta di equazione  $\sqrt{3}x_1 + x_2 = 0$

c. Trovare tutte le riflessioni  $S_\phi$  che mandano l'esagono in se stesso.