1. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ in $\mathbf{R}^2$.
   (a) Scrivere un'equazione cartesiana e una parametrica per la retta passante per $\mathbf{x}$ e per $\mathbf{y}$.
   (b) Scrivere un'equazione cartesiana e una parametrica per la retta passante per $\mathbf{x}$ che ha direzione $\mathbf{y}$.

2. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{z} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ in $\mathbf{R}^2$.
   (a) Calcolare il prodotto scalare $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$.
   (b) Calcolare il coseno dell'angolo fra i vectori $\mathbf{x}$ e $\mathbf{z}$.
   (c) Calcolare l'area del triangolo con vertici i vettori $\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ e $\mathbf{z}$.

3. Siano ℓ_1, ℓ_2 ed ℓ_3 le tre rette di equazioni cartesiane:
$$\ell_1 : \; x_1 = 0; \quad \ell_2 : \; x_1 - 2x_2 = 6; \quad \ell_3 : \; 3x_1 + 2x_2 = 10;$$
   (a) Trovare i punti d'intersezione $P_1 = \ell_2 \cap \ell_3$, $P_2 = \ell_1 \cap \ell_3$, $P_3 = \ell_1 \cap \ell_2$.
   (b) Per $i = 1, 2, 3$ calcolare un'equazione parametrica per la retta s_i perpendicolare a ℓ_i e passante per P_i.
   (c) Determinare $s_i \cap s_j$ per $i, j = 1, 2, 3$.

4. Sia C_1 la circonferenza di raggio $\sqrt{5}$ centrata in $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ e sia C_2 la circonferenza di equazione
$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 - 4x_2 + 1 = 0.$$
   (a) Calcolare l'intersezione $C_1 \cap C_2$. Fare un disegno
   (b) Siano P_1 e P_2 i due punti di intersezione. Scrivere un'equazione cartesiana della retta ℓ passante per P_1 e per P_2.
   (c) Scrivere equazioni parametriche delle rette tangenti a C_2 uscente dal punto $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$.

5. Sia C la circonferenza di raggio $\sqrt{2}$ centrata in $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.
   (a) Verificare che il punto $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ sta su C. Determinare un'equazione cartesiana della retta tangente di C nel punto P.
   (b) Sia $Q = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, trovare il punto R di C più vicino a Q; trovare il punto S di C più lontano da Q.
   (c) Calcolare la distanza fra R ed S.

6. Sia C la circonferenza in $\mathbf{R}^2$ di equazione $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 9$ e sia P il punto $\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$. Fare un disegno. Determinare equazioni cartesiane delle due rette tangenti a C e passanti per P.