

1. Sia $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$.
- (a) Trovare altri due punti sulla retta ℓ che passa per $\mathbf{0}$ e per $\mathbf{x}$
 - (b) Siano P e Q i due punti trovati su ℓ scrivere l'equazioni delle rette per P e per Q perpendicolari ad ℓ .
 - (c) Sia m la retta per P perpendicolare ad ℓ ed r quella per Q (sempre perpendicolare ad ℓ). Determinare l'intersezione tra m ed r .
 - (d) Calcolare la distanza tra $R = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ ed P , Q e $\mathbf{0}$. Calcolare la distanza tra R ed ℓ .

2. Siano ℓ_1 , ℓ_2 ed ℓ_3 le tre rette di equazioni cartesiane:

$$\ell_1 : x_1 - 2x_2 + 3 = 0; \quad \ell_2 : 3x_1 + x_2 - 1 = 0; \quad \ell_3 : -2x_1 + 5x_2 + 1 = 0;$$

- (a) Trovare i punti d'intersezione $P_1 = \ell_2 \cap \ell_3$, $P_2 = \ell_1 \cap \ell_3$, $P_3 = \ell_1 \cap \ell_2$.
 - (b) Calcolare un'equazione parametrica per la retta s_i perpendicolare a ℓ_i e passante per P_i , per $i = 1, 2, 3$;
 - (c) Determinare $s_i \cap s_j$ per $i, j = 1, 2, 3$.
3. Sia C_1 la circonferenza di raggio $\sqrt{5}$ centrata in $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ e C_2 la circonferenza di equazione:

$$x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 - 4x_2 + 4 = 0$$

- (a) Calcolare l'intersezione $C_1 \cap C_2$. Fare un disegno
 - (b) Se l'intersezione consiste di due punti P_1 e P_2 scrivere l'equazione cartesiana della retta ℓ congiungente P_1 e P_2 e l'equazione parametrica della retta m perpendicolare ad ℓ e passante per il centro di C_1 .
 - (c) Esiste una retta parallela a ℓ che sia tangente a C_1 ? in caso affermativo scriverne un'equazione.
 - (d) Esiste una retta parallela a m che sia tangente a C_2 ? in caso affermativo scriverne un'equazione.
4. Sia C la circonferenza di raggio $\sqrt{2}$ centrata in $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$.
- (a) Calcolare le tangenti a C uscenti dai punti $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
 - (b) Sia $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, trovare il punto Q di C più vicino a P ; trovare il punto R di C più lontano da P .
 - (c) Calcolare la distanza fra Q ed R .