

1. Sia m la retta in $\mathbf{R}^2$ di equazione $x + 2y = 3$.
 - (a) Calcolare la proiezione ortogonale del punto $P = (3, 3)$ su m .
 - (b) Trovare la formula generale per la proiezione di un punto $P = (x, y)$ sulla retta m .
2. Sia π il piano in $\mathbf{R}^3$ di equazione $x + y - z = 2$.
 - (a) Calcolare la proiezione ortogonale del punto $P = (3, 3, 0)$ su π .
 - (b) Trovare la formula generale per la proiezione di un punto $P = (x, y, z)$ sul piano π .
3. Sia m la retta in $\mathbf{R}^3$ data dal sistema di equazioni $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 2z = 1 \end{cases}$.
 - (a) Calcolare la proiezione ortogonale del punto $P = (0, 3, 3)$ su m .
 - (b) Trovare la formula generale per la proiezione di un punto $P = (x, y, z)$ sulla retta m .
4. Sia $\pi \subset \mathbf{R}^3$ il piano di equazione $x + y + z = 3$. Siano $Q = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ e $S = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ due punti in $\mathbf{R}^3$.
 - (a) Calcolare le coordinate della proiezione Q' del punto Q sul piano π .
 - (b) Far vedere che S appartiene al piano π .
 - (c) Sia ϱ la rotazione nel piano π di un angolo di 60° intorno ad S . Calcolare le coordinate di $Q'' = \varrho(Q')$.
5. Determinare una trasformazione ortogonale di $\mathbf{R}^3$ che diagonalizzi la forma quadratica;
 - (a) $2X^2 + 2XY + 2XZ + 2Y^2 + 2YZ + 2Z^2$;
 - (b) $X^2 + 4XZ - Y^2 + Z^2$;
 - (c) $X^2 + Y^2 + Z^2 + 4(XY + XZ - YZ)$;
 - (d) $X(3Y + 4Z)$.
6. Dire di che tipo di quadrica in $\mathbf{R}^3$ si tratta

(a) $X^2 = 0$; (b) $X^2 = 1$; (c) $X^2 = -1$; (d) $X^2 = Y$; (e) $XY + YZ = 0$; (f) $XY + YZ = 1$; (g) $XY + YZ = -1$; (h) $XY + YZ = Y$;	(i) $X^2 + 2YZ = 1$; (j) $X^2 + 2YZ = 0$; (k) $X^2 + 2YZ = -1$; (l) $X^2 + Y + Z = 1$; (m) $X^2 + Y^2 - 2YZ + Z^2 = 0$; (n) $Y^2 - 4YZ + 4Z^2 = 0$; (o) $X^2 + Y^2 - 2YZ + 2Z^2 = 0$; (p) $X^2 + XY + Y^2 - Z = 1$.
--	--
7. Dire di che tipo di quadrica in $\mathbf{R}^3$ si tratta:

(a) $X^2 + Y + Z = 0$; (b) $X^2 + Y + Z = 1$; (c) $X^2 + Y^2 + Z = 0$; (d) $X^2 + Y^2 + Z^2 - X - Y - Z = 0$;	(e) $X^2 + XY - Y^2 - X - 2Y = 0$; (f) $XY + YZ + ZX = 1$; (g) $XY + YZ + ZX = 0$; (h) $XY + YZ + ZX = -1$.
--	--