1. Dire se le seguenti coniche in $\mathbf{P}^2$ sono degeneri o meno. (Una conica C si dice *degenere* se i punti di C formano una retta, due rette, un punto solo o l'insieme vuoto.)
 - (a) $x_0^2 - 2x_1^2 - 3x_2^2 = 0$;
 - (b) $x_0^2 + 2x_1^2 - 3x_2^2 = 0$;
 - (c) $x_0^2 + 2x_1^2 + 3x_2^2 = 0$;
 - (d) $x_0^2 + x_1x_2 = 0$;
 - (e) $x_0x_1 + x_1x_2 + x_2x_0 = 0$;
 - (f) $x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + 2x_0x_1 - 2x_0x_2 - 2x_1x_2 = 0$;
 - (g) $x_0x_1 + x_0x_2 + x_1x_2 + x_1^2 = 0$.
2. Sia C la conica data da $x_0x_1 + x_1x_2 - x_2x_0 = 0$. Determinare tre carte affini (= schermi) nelle quali i punti finiti di C formino rispettivamente una parabola, un'ellisse ed un'iperbole.
3. Sia C la conica di equazione $x_1^2 - x_0x_2 = 0$.
 - (a) Calcolare i punti A, B dati dall'intersezione di C con la retta di equazione $x_0 - x_1 = 0$.
 - (b) Sia $P = (1 : 2 : 0)$. Dire se P sta sulla conica o meno. Calcolare un'equazione della retta l che passa per A e P . Calcolare un'equazione della retta m che passa per B e P .
 - (c) Calcolare i punti di intersezione $l \cap C$ e $m \cap C$.
4. Sia S la carta affine (schermo) di $\mathbf{P}^2$ dei punti della forma $(1 : x_1 : x_2)$, (con $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$). Identifichiamo S con $\mathbf{R}^2$ tramite la biezione $(1 : x_1 : x_2) \leftrightarrow (x_1, x_2)$.
 - (a) Far vedere che tutte le rette di equazione $2x_1 + 3x_2 - 2 = c$ (con $c \in \mathbf{R}$) in S (identificato con $\mathbf{R}^2$ come sopra) sono parallele.
 - (b) Per ogni $c \in \mathbf{R}$ determinare un'equazione dell'unica retta m_c in $\mathbf{P}^2$ tale che $m_c \cap S$ è la retta di equazione $2x_1 + 3x_2 - 2 = c$.
 - (c) Per ogni $c \in \mathbf{R}$, calcolare il punto di intersezione $m_c \cap r$, dove r è la retta di equazione $x_0 = 0$ (l'orizzonte di S).
 - (d) Tutte le rette l in $\mathbf{P}^2$ che hanno la proprietà che $l \cap S$ è perpendicolare ad ogni retta m_c intersecano la retta $x_0 = 0$ (l'orizzonte) nello stesso punto. Determinare quel punto.
5. (Geometria elementare) Sia $C \subset \mathbf{R}^2$ una circonferenza di centro M . Sia l una retta che passa per M e siano P e Q i due punti di intersezione di $C \cap l$. Sia $R \in C$ un punto diverso da P e Q . Dimostrare che il triangolo PQR ha un'angolo di 90° gradi nel vertice R .
6. (Disegno prospettico) Disegnare un quadrato in prospettiva. Siano A, B, C, D i vertici. Sia P il punto di intersezione di $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ con l'orizzonte. Sia P' il punto di intersezione di $\overline{BC}$ e $\overline{AD}$ con l'orizzonte. Sia Q il punto di intersezione della diagonale $\overline{AC}$ con l'orizzonte e sia Q' il punto di intersezione della diagonale $\overline{BD}$ con l'orizzonte.
 - (a) Costruire il punto medio K fra A e B . Costruire il punto medio L fra B e C . Costruire il punto medio M fra C e D . Costruire il punto medio N fra D e A .
 - (b) Far vedere che le rette $\overline{KL}$ e $\overline{NM}$ passano per il punto Q sull'orizzonte. Far vedere che le rette $\overline{KN}$ e $\overline{LM}$ passano per il punto Q' sull'orizzonte.
 - (c) Costruire una retta passante per D e perpendicolare alla retta $\overline{CK}$.
7. (Disegno prospettico) Consideriamo il quadrato di vertici A, B, C, D costruito nell'esercizio 6. Sia M il punto di intersezione delle diagonali $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$. Costruire almeno sette punti della circonferenza di centro M , inscritta nel quadrato $ABCD$.