1. (a) Siano $(1:2:3)$, $(1:0:-1)$ e $(2:1:0)$ tre punti in $\mathbf{P}^2$. Decidere se stanno su una retta o meno.
   (b) Siano $2x_0 - x_1 + 2x2 = 0$, $-x_0 + 2x_1 - x_2 = 0$ e $x_1 = 0$ tre rette in $\mathbf{P}^2$. Decidere se passano per un punto.

2. Sia r la rette passante per $P = (1:0:-1)$ e $Q = (2:1:0)$.
   (a) Far vedere che $R = (-1:-1:-1)$ sta su r.
   (b) Determinare $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$ tali che $R = \lambda P + \mu Q$.
   (c) Determinare $\lambda', \mu' \in \mathbf{R}$ tali che $Q = \lambda' P + \mu' R$.

3. Sia l la rette passante per i punti $(0:1:-1)$ e $(2:1:0)$ e sia m la rette passante per i punti $(0:-1:1)$ e $(2:1:0)$. Determinare $l \cap m$.

4. Sia l la retta di equazione $x_0 + x_1 - 2x_2 = 0$ in $\mathbf{P}^2$. Trovare tre punti P, Q e R su l e determinare $\lambda, \mu \in \mathbf{R}$ tali che $R = \lambda P + \mu Q$.

5. Siano l e l' le due rette di equazioni $x_0 + x_1 + x_2 = 0$ e $2x_0 - x_1 - x_2 = 0$. Trovare il punti di intersezione P. Trovare altre due rette del fascio delle rette passanti per P.

6. Siano $P = (2:-1:0)$ e $Q = (1:3:0)$ due punti in $\mathbf{P}^2$ e sia m la retta di equazione $x_1 - 3x_2 = 0$. Trovare il punto di intersezione di m e la retta PQ (cioè, la retta che passa per P e Q.

7. Sia $T \subset \mathbf{P}^2$ un triangolo di vertici $A_1 = (1:0:0)$, $A_2 = (0:1:0)$ e $A_3 = (0:0:1)$. Siano a_1, a_2 e a_3 i lati di T correspondenti, cioè: $A_i \notin a_i$. Sia P il punto $(1:1:1)$ e siano Q_i per $i = 1,2,3$ i punti di intersezione $PA_i \cap a_i$. Dimostrare che i tre punti $Q_iQ_j \cap A_iA_j$ stanno su una retta.

8. Far vedere che i punti $A = (1:0:1)$, $B = (0:1:1)$, $C = (2:1:3)$ e $D = (3:-1:2)$ stanno su una retta. Determinare i birapporti $(ABCD)$ e $(BACD)$.

9. Far vedere che i punti $P = (1:1:1)$, $Q = (2:1:3)$ e $R = (0:1:-1)$ stanno su una retta l. Trovare il punto $S \in l$ tale che il birapporto $(PQRS)$ è uguale a 3.

10. Sia O un punto di $\mathbf{P}^2$ e siano l, m e n tre rette passanti per O. Siano P e Q due punti e sia $f : l :\longrightarrow n$ la proiezione da P di l su m seguita dalla proiezione da Q di m su n. Dimostrare che f è una proiezione da un punto R che sta sulla retta PQ.

11. Sia r una retta in $\mathbf{P}^2$. Esibire una mappa proiettiva $f : r \longrightarrow r$ che manda quattro punti distinti A, B, C e D in C, D, A e B (in questa ordine).

12. Sia l la retta di equazione $x_0 + x_1 = 0$. Siano $P = (0:1:-1)$, $Q = (1:0:0)$ e $R = (1:-1:1)$ tre punti di $\mathbf{P}^2$.
    (a) Far vedere che i punti $A = (1:-1:0)$, $B = (0:0:1)$ e $C = (-1:1:1)$ stanno su l.
    (b) Far vedere che i punti P, Q e R stanno su una retta m.
    (c) Dimostrare che esiste una mappa proiettiva $f : l \longrightarrow m$ tale che $f(A) = P$, $f(B) = Q$ e $f(C) = R$.
    (d) Determinare $f(1:-1:1)$.