1. Sia m la retta in $\mathbf{R}^2$ di equazione $x + 2y = 3$.
   (a) Calcolare la proiezione ortogonale del punto $P = (3, 3)$ su m.
   (b) Trovare la formula generale per la proiezione di un punto $P = (x, y)$ sulla retta m.

2. Sia π il piano in $\mathbf{R}^3$ di equazione $x + y - z = 2$.
   (a) Calcolare la proiezione ortogonale del punto $P = (3, 3, 0)$ su π.
   (b) Trovare la formula generale per la proiezione di un punto $P = (x, y, z)$ sul piano π.

3. Sia m la retta in $\mathbf{R}^3$ data dal sistema di equazioni $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 2z = 1 \end{cases}$.
   (a) Calcolare la proiezione ortogonale del punto $P = (0, 3, 3)$ su m.
   (b) Trovare la formula generale per la proiezione di un punto $P = (x, y, z)$ sulla retta m.

4. Sia W_1 il sottospazio $\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 : x + y - z = 0\}$ e sia $W_2 = \{t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} : t \in \mathbf{R}\}$.
   (a) Far vedere che $W_2 \subset W_1$.
   (b) Esibire una base ortonormale di W_2.
   (c) Completare la base della parte (b) ad una base ortonormale di W_1.
   (d) Completare la base della parte (c) ad una base ortonormale di $\mathbf{R}^3$

5. Applicare il procedimento di Gram-Schmidt alle seguenti basi di $\mathbf{R}^3$.
   (a)
   $$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$
   (b)
   $$\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

6. Dire di che tipo di quadrica si tratta
   (a) $X^2 = 0$;
   (b) $X^2 = 1$;
   (c) $X^2 = -1$;
   (d) $X^2 = Y$;
   (e) $XY + YZ = 0$;
   (f) $XY + YZ = 1$;
   (g) $XY + YZ = -1$;
   (h) $XY + YZ = Y$;
   (i) $X^2 + 2YZ = 1$;
   (j) $X^2 + 2YZ = 0$;
   (k) $X^2 + 2YZ = -1$;
   (l) $X^2 + Y + Z = 1$;
   (m) $X^2 + Y^2 - 2YZ + Z^2 = 0$;
   (n) $Y^2 - 4YZ + 4Z^2 = 0$;
   (o) $X^2 + Y^2 - 2YZ + 2Z^2 = 0$;
   (p) $X^2 + XY + Y^2 - Z = 1$.