1. Stabilire quali dei seguenti insiemi parzialmente ordinati ($A \leq B$ se e solo se $A \subset B$) sono reticoli:
   (a) $\{A \in \mathcal{P}(\{1,2,3,4,5\}) \,:\, |A| \text{ dispari }\}$; (c) $\{A \in \mathcal{P}(\{1,2,3,4,5\}) \,:\, A \supset \{1,3\}\}$;
   (b) $\{A \in \mathcal{P}(\{1,2,3,4,5\}) \,:\, |A| \geq 2\}$; (d) $\{A \in \mathcal{P}(\{1,2,3\}) \,:\, |A| \leq 1 \text{ oppure } |A| = 3\}$
2. Siano $(L, \vee, \wedge)$ e $(L', \vee', \wedge')$ due reticoli e siano $(L, \leq)$ e $(L', \leq')$ le corrispondenti relazioni di ordine parziale. Una funzione biettiva $f : L \to L'$ si dice un *isomorfismo di reticoli* se: $f(x \vee y) = f(x) \vee' f(y)$ e $f(x \wedge y) = f(x) \wedge' f(y)$ per ogni $x, y \in L$. In tal caso i due reticoli sono detti *isomorfi*.
   (a) Dimostrare che se $f : L \to L'$ è un isomorfismo di reticoli allora anche $f^{-1} : L' \to L$ lo è;
   (b) Dimostrare che una funzione biettiva $f : L \to L'$ è un isomorfismo di reticoli se vale la seguente condizione: dati $x, y \in L$, si ha che $x \leq y$ se e solo se $f(x) \leq' f(y)$.
   (c) Sia $X = \{1,2\}$ e si consideri il reticolo $(\mathcal{P}(X), \cap, \cup)$. Determinare quanti sono gli isomorfismi di reticolo $f : \mathcal{P}(X) \to \mathcal{P}(X)$.
3. Dato un numero naturale n, si denoti $\mathbf{D}_n = \{m \in \mathbf{N} : m \text{ divide } n\}$, munito della relazione d'ordine parziale $m \leq k$ se e solo se m divide k. Stabilire se $\mathbf{D}_{30}$ e $\mathcal{P}(\{1,2,3\})$ sono reticoli isomorfi e, in caso affermativo, stabilire quanti sono gli isomorfismi di reticolo $f : \mathbf{D}_{30} \to \mathcal{P}(\{1,2,3\})$.
4. Quali dei seguenti reticoli sono reticoli con complemento? (a) $\mathbf{D}_{70}$, (b) $\mathbf{D}_{18}$, (c) $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\{a\}))$.
5. Si consideri il reticolo $L = \{A \in \mathcal{P}(\{1,2,3,4\}) : |A| \leq 1 \text{ oppure } |A| = 4\}$ (con $A \wedge B = A \cap B$ e $A \vee B = A \cup B$).
   (a) Dimostrare che L è limitato.
   (b) Stabilire se ci sono elementi il cui complemento non è unico.
   (c) Stabilire se L è un reticolo distributivo.
6. Sia $(L, \vee, \wedge)$ un reticolo. Si consideri la relazione su L: xRy se e solo se $x \vee y = y$. Dimostrare che R è una relazione d'ordine parziale.
7. Dimostrare che in un'algebra booleana valgono le Leggi di De Morgan: $(x + y)' = x'y'$ e $(xy)' = x' + y'$.
8. Si consideri l'espressione booleana $E(x, y, z) = x(xy' + x'y + y'z)$.
   (a) Esprimere $E(x, y, z)$ come somma di prodotti;
   (b) Determinare un'espressione minimale di $E(x, y, z)$ come somma di prodotti.
9. Sia B un'algebra di Boole. Per $x, y \in B$ definiamo $x \oplus y = xy' + x'y$. Dimostrare le seguenti uguaglianze o darne un controesempio.
   (a) $x \oplus y = y \oplus x$; (c) $x \oplus y = (x + y)(xy)'$; (e) $x + (y \oplus z) = (x + y) \oplus (x + z)$;
   (b) $x \oplus x = 0$; (d) $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$; (f) $x \oplus (y + z) = (x \oplus y) + (x \oplus z)$.
10. Far vedere che il diagramma di Hasse 14–29 nello libro di Schaum è sbagliato.
11. Scrivere le seguenti espressioni di elementi di un algebra di Boole come somma di prodotti completata.
    (a) $x'y((zt)' + x')'$; (b) $(x + x'y + xy'z)(x'z)$; (c) $x + x'yz$.
12. Scrivere le seguenti espressioni di elementi di un algebra di Boole come somma di implicanti minimali.
    (a) $xyz + xy'z + x'yz + x'y'z + x'y'z'$; (b) $txyz' + tx'yz + tx'yz' + t'xyz + t'xy'z + t'x'yz + t'x'y'z$.
13. Trovare espressioni *minimali* Booleane per
    (a) $x'y + x'y'$; (b) $xy + xy'$; (c) $xy + xy' + x'y + xy'$; (d) $xyz + xy'z + x'yz + x'y'z + x'y'z'$.