1. Siano n, m due numeri naturali.
   (a) Dimostrare che $\text{mcm}(n, m) \cdot \text{mcd}(n, m) = nm$.
   (b) Disegnare un algoritmo per calcolare il $\text{mcm}(n, m)$ usando l'algoritmo Euclideo. Analizzare la complessità.

2. Disegnare un algoritmo che, dato $n \in \mathbf{N}$, calcola $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$. Stimare la lunghezza dell'output. Analizzare la complessità dell'algoritmo.

3. Fattorizzare i seguenti numeri in fattori primi.

(a) 91;	(d) $15^2 - 2^2$;	(g) $2^{11} - 1$;
(b) 210;	(e) $10!$;	(h) 10001;
(c) 6^6;	(f) $2^{10} - 1$;	(i) 100000003.

4. Per i seguenti numeri n e m, determinare $a, b \in \mathbf{Z}$ tali che $an + bm = \text{mcd}(n, m)$.

(a) $n = 4$ e $m = 30$;	(c) $n = 103$ e $m = 101$;	(e) $n = 221$ e $m = 169$;
(b) $n = 14$ e $m = 40$;	(d) $n = 91$ e $m = 0$;	(g) $n = 10001$ e $m = 9999$.

5. (a) Scrivere in base 2 e in base 8 i numeri 215 e 150.
   (b) Scrivere in base 7 i numeri 100 e 2400.

6. Per $n, b \in \mathbf{N}$, indichiamo con $(n)_b$ la scrittura di n in base b. Calcolare:
   (a) $(1011100)_2 + (11001)_2$; (b) $(11001)_2 \cdot (1110)_2$; (c) $(11011)_2 - (1100)_2$.

7. Determinare il resto delle divisioni per 3, 9, 4, 11 del numero 3548917.

8. (a) Determinare il resto della divisione per 3 del numero $(1100110)_2$.
   (b) Determinare il resto della divisione per 4 del numero $(210211)_3$.

9. (a) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = 20$;
   (b) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = -12$;
   (c) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = 3$.

10. Per ogni intero $n > 1$ determinare il resto della divisone per n di $(n-1)!$.

11. Sia $n \in \mathbf{N}$. Dimostrare
    (a) Se $2^n - 1$ è primo, allora n è primo.
    (b) Se $2^n + 1$ è primo, allora n è una potenza di 2.
    (c) Valgono le affermazioni inverse di (a) e (b)?

12. Stabilire se esiste l'inverso di a modulo n e, in caso affermativo, determinarlo, dove:

(a) $a = 11$ e $n = 13$;	(c) $a = 21$ e $n = 6$;	(e) $a = -8$ e $n = 15$;
(b) $a = 6$ e $n = 21$;	(d) $a = 27$ e $n = 36$;	(f) $a = 144$ e $n = 233$.

13. Stabilire se per le seguenti congruenze esistono soluzioni intere $x \in \mathbf{Z}$. In caso affermativo, determinarle tutte.

(a) $5x \equiv 8 \pmod{17}$;	(b) $9x \equiv 26 \pmod{30}$;	(c) $9x \equiv 24 \pmod{30}$.