

1. Calcolare i seguenti prodotti di matrici

$$\begin{array}{ll}
 \text{(a)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{(d)} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 \text{(b)} (1 \ 2 \ 3 \ 4) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} & \text{(e)} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot (1 \ 2 \ 3 \ 4) \\
 \text{(c)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} & \text{(f)} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

2. Calcolare i prodotti AB e BA dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

3. Quali applicazioni sono lineari?

(a) $g : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ data da $g(x) = |x|$ per ogni $x \in \mathbf{R}$.

(b) $f : \mathbf{R}^n \longrightarrow \mathbf{R}^n$ data da

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \\ x_1 \end{pmatrix}.$$

4. Calcolare le dimensioni di $\ker(f)$ ed $\text{im}(f)$ per l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^4 \longrightarrow \mathbf{R}^3$ data da

$$f \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 2 & -1 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}.$$

5. Sia $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(a) Determinare la formula per la rotazione R di centro $\mathbf{p}$ ed angolo $-\frac{\pi}{2}$.

(b) Trovare la formula per la rotazione R' di centro $\mathbf{p}$ ed angolo $\frac{\pi}{4}$.

(c) Sia r la retta di equazione parametrica $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, ($t \in \mathbf{R}$). Calcolare un'equazione parametrica della retta che si ottiene applicando R ad r .

(d) Sia s la retta di equazione cartesiana $x_1 + 2x_2 = 3$. Calcolare un'equazione parametrica della retta che si ottiene applicando R' ad s .

6. Sia S la riflessione rispetto alla retta r in $\mathbf{R}^2$ di equazione $\sqrt{3}x_1 - x_2 = 2$.

(a) Determinare la formula per S e calcolare $S(\mathbf{p})$ dove $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

(b) Calcolare $S^2(\mathbf{p})$. Calcolare $S^{13}(\mathbf{p})$.