

1. Risolvere il seguente sistema di quattro equazioni in tre incognite $x_1, x_2, x_3 \in \mathbf{R}$:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 8x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 - 5x_3 = 0, \\ 3x_1 + 6x_3 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

2. Risolvere il seguente sistema di tre equazioni in quattro incognite $x, y, z, u \in \mathbf{R}$:

$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ 2x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2y - 5z = 1. \end{cases}$$

3. Trovare le soluzioni $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 \in \mathbf{R}$ del sistema di equazioni lineari che corrisponde alla matrice completa

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 3 & 4 & 5 & 7 \\ 1 & 4 & 0 & 7 & 2 & -8 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & -1 & -5 \\ 2 & 2 & 3 & 11 & 7 & -1 \\ 3 & 6 & 3 & 18 & 9 & -9 \end{array} \right)$$

4. Risolvere il sistema di equazioni omogenee associato alla matrice

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

5. Per ogni $\lambda \in \mathbf{R}$ risolvere il sistema lineare associato alla matrice

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & \lambda & 1 & 0 \\ 1 & 1 & \lambda & 0 \end{array} \right)$$

6. Siano $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \mathbf{R}$ le soluzioni del sistema associato alla matrice completa

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & -88,5 \\ 0 & 1 & 2 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{array} \right).$$

Calcolare la somma $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5$.