

1. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$, calcolare
 - (a) il coseno dell'angolo φ fra i vettori $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;
 - (b) il coseno dell'angolo φ fra i vettori $-\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$,
 - (c) il coseno dell'angolo φ fra i vettori $\mathbf{x}$ e $-\mathbf{y}$
 - (d) il coseno dell'angolo φ fra i vettori $\mathbf{x} - \mathbf{y}$ e $\mathbf{x} + \mathbf{y}$
2. Sia $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$, trovare un vettore $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^2$ tale che:
 - (a) $\mathbf{y}$ è perpendicolare a $\mathbf{x}$ e $\|\mathbf{y}\| = 3$;
 - (b) $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = -2$ e $\|\mathbf{y}\| = 2$;
 - (c) $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \|\mathbf{x}\| \|\mathbf{y}\|$;
 - (d) $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\| = 0$;
 - (e) $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = 5$ e $\|\mathbf{y}\| = 1$.
3. Trovare (se esistono, altrimenti dimostrare che non possono esistere) $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{R}^2$ non nulli tali che
 - (a) $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| = \|\mathbf{x}\| + \|\mathbf{y}\|$;
 - (b) $\|\mathbf{x} + \mathbf{y}\| = \|\mathbf{x}\| + 2\|\mathbf{y}\|$
 - (c) $\|\mathbf{x}\| = \|\mathbf{y}\| = \|\mathbf{x} + \mathbf{y}\|$.
4. Siano $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ calcolare;
 - (a) l'area del triangolo di vertici $\mathbf{0}$, $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$;
 - (b) l'area del parallelogramma di vertici $\mathbf{0}$, $-\mathbf{x}$, $-\mathbf{y}$ e $-\mathbf{x} - \mathbf{y}$;
 - (c) l'area del parallelogramma di vertici $\mathbf{0}$, $-\mathbf{x}$, $\mathbf{y}$ e $\mathbf{y} - \mathbf{x}$;