

1. Siano $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Fare una lista degli elementi di
 - (a) $A \cap B \cap C$;
 - (b) $(A \cup B) \cap C$;
 - (c) $A \cup (B \cap C)$;
 - (d) $(A - B) - C$;
 - (e) $A - (B - C)$;
 - (f) $A \cap (B - C)$.
2. Siano A, B, C tre insiemi.
 - (a) Dimostrare che $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ e che $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
 - (b) Costruire tre insiemi A, B, C per cui $A \cap (B \cup C) \neq (A \cap B) \cup C$.
3. Sia $P(A)$ l'insieme delle parti dell'insieme A .
 - (a) Fare una lista degli elementi di $P(\emptyset)$ e $P(P(\emptyset))$.
 - (b) Fare una lista degli elementi di $P(\{0\})$ e $P(P(\{0\}))$.
4. Siano $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
 - (a) Determinare due funzioni iniettive distinte $f, g: A \rightarrow B$. Quante ce ne sono in tutto?
 - (b) Determinare due funzioni suriettive distinte $f, g: B \rightarrow A$. Ne esistono di iniettive?
 - (c) Determinare due funzioni biettive distinte $f, g: B \rightarrow C$. Quante ce ne sono in tutto?
5. Costruire una funzione $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{Z}$ tale che
 - (a) f è iniettiva ma non suriettiva.
 - (b) f è suriettiva ma non iniettiva.
6. Se esiste, costruire una biiezione fra i seguenti insiemi.
 - (a) $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{7, 8, 10\}$;
 - (b) $A = \{0, 1\}$ e $B = \{1\}$;
 - (c) \mathbf{Z} e $\{x \in \mathbf{Z} : x \text{ è dispari}\}$;
 - (d) \mathbf{R} e $\mathbf{R} - \{0\}$;
7. Per le seguenti relazioni R su $\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$ stabilire quali sono simmetriche, riflessive o transitive.
 - (a) $R = \{(n, m) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : n = m\}$;
 - (b) $R = \{(n, m) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : |n - m| = 5\}$;
 - (c) $R = \{(n, m) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : n \geq m\}$;
 - (d) $R = \{(n, m) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} : 7 \text{ divide } n^2 - m^2\}$.
8. Sia $X = \{1, 2, 3, 4\}$.
 - (a) Esibire una relazione su di X , che sia riflessiva, simmetrica, ma non transitiva.
 - (b) Esibire una relazione su di X , che sia simmetrica, transitiva ma non riflessiva.
 - (c) Esibire una relazione su di X , che sia riflessiva, transitiva, ma non simmetrica.
9. Sia $A = \mathbf{N} \times \mathbf{N}$ e sia R la relazione $\{(a, b), (c, d) \in A \times A : a + d = b + c\}$.
 - (a) Dimostrare che si tratta di una relazione di equivalenza.
 - (b) Sia \tilde{A} l'insieme delle classi di equivalenza di R . Dimostrare che la mappa $f: \tilde{A} \rightarrow \mathbf{Z}$ che associa la differenza $a - b$ alla classe di equivalenza di (a, b) , è ben definita ed è una biezione.