

1. Sia $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
 - (a) Consideriamo su X la relazione: xRy se $x + y$ è un numero pari. Dimostrare che R è una relazione di equivalenza e determinare le classi di equivalenza corrispondenti.
 - (b) Consideriamo su X la relazione: $xR'y$ se $x + y$ è un numero dispari. Determinare se R' è una relazione di equivalenza.
2. Sia $X = P(P(\emptyset))$. Definiamo un ordinamento parziale su X ponendo $A \leq B$ quando $A \subset B$ per $A, B \in X$. Disegnare il diagramma di Hasse.
3. L'insieme $\{2, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 48, 60, 72\}$ è ordinato mediante $d \leq d'$ quando d divide d' . Disegnare il diagramma di Hasse di questo ordinamento.
4.
 - (a) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = 20$;
 - (b) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = -12$;
 - (c) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = 3$.
5. Determinare tutte le soluzioni $x \in \mathbf{Z}$ delle seguenti congruenze
 - (a) $x \equiv 3 \pmod{11}$;
 - (b) $3x \equiv 1 \pmod{5}$;
 - (c) $9x \equiv 0 \pmod{30}$.
6. Stabilire se per le seguenti congruenze esistono soluzioni $x \in \mathbf{Z}$. In caso affermativo, determinarle tutte. (a) $5x \equiv 8 \pmod{17}$ (b) $9x \equiv 26 \pmod{30}$.
7. Determinare tutte le soluzioni $x \in \mathbf{Z}$ dei seguenti sistemi di congruenze
 - (a) $\begin{cases} x \equiv 4 \pmod{8}, \\ x \equiv 3 \pmod{5}, \\ x \equiv 4 \pmod{9}; \end{cases}$
 - (b) $\begin{cases} 5x \equiv 4 \pmod{8}, \\ 3x \equiv 3 \pmod{5}, \\ 2x \equiv 4 \pmod{9}; \end{cases}$
 - (c) $\begin{cases} 9x \equiv 20 \pmod{8}, \\ x \equiv -2 \pmod{5}, \\ -8x \equiv 4 \pmod{9}; \end{cases}$
8. Andare al link <http://www.mat.uniroma2.it/~eal/psychic.swf>. Spiegare come mai la sfera magica riesce a sempre indovinare il simbolo giusto.
9. Sia $x = x_n x_{n-1} \dots x_0$ un numero intero positivo rappresentato in base 10. Far vedere che $x \equiv x_0 - x_1 + x_2 - \dots + (-1)^n x_n \pmod{11}$. Decidere se 1213141516171819 è divisibile per 11.
10. Sia n un intero positivo. Siano $a, b \in \mathbf{Z}$ e siano $\bar{a}$ e $\bar{b}$ loro classi in $\mathbf{Z}_n$. Dimostrare che le seguenti affermazioni sono equivalenti:
 - (a) $\bar{a} = \bar{b}$,
 - (b) n divide $a - b$,
 - (c) a e b hanno lo stesso resto della divisione per n ,
 - (d) $a \in \bar{b}$,
 - (e) $b \in \bar{a}$,
 - (f) $a \equiv b \pmod{n}$.
11.
 - (a) Per $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ determinare il resto della divisione per $p = 7$ di 5^k .
 - (b) Stessa domanda, ma per $p = 11$ e per $p = 13$.
 - (c) Determinare il resto delle divisioni per 7, per 11 e per 13 di 5^{2003} ; determinare il resto della divisione per 1001 di 5^{2003} (si noti che $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$).