

1. Siano $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Fare una lista degli elementi di
 - (a) $A \cap B \cap C$;
 - (b) $(A \cup B) \cap C$;
 - (c) $A \cup (B \cap C)$;
 - (d) $(A - B) - C$;
 - (e) $A - (B - C)$;
 - (f) $A \cap (B - C)$.
2. (a) Per ogni $n \in \mathbf{N}$ sia $A_n = \{m \in \mathbf{N} : m \leq n\}$. Determinare $A_4 \cap A_5 \cap A_6 \cap A_7$ e determinare $A_4 \cup A_5 \cup A_6 \cup A_7$.
 (b) Per ogni $n \in \mathbf{N}$ sia $B_n = \{m \in \mathbf{N} : \text{esiste un } k \in \mathbf{Z} \text{ tale che } m = kn\}$. Determinare $B_4 \cap B_5 \cap B_6$.
3. Siano A, B, C tre insiemi.
 - (a) Dimostrare che $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ e che $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
 - (b) Costruire tre insiemi A, B, C per cui $A \cap (B \cup C) \neq (A \cap B) \cup C$.
4. Siano A, B sottoinsiemi di un insieme X e siano A^c e B^c i complementari in X di A e B rispettivamente. Dimostrare che $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c$ e che $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$.
5. Siano A, B e C tre sottoinsiemi di X . Dimostrare
 - (a) $A \cup B \subset A \cup B \cup C$;
 - (b) $(A - B) - C \subset A - C$;
 - (c) $(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$;
 - (d) $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$.
6. Sia $P(A)$ l'insieme delle parti dell'insieme A .
 - (a) Fare una list degli elementi di $P(\emptyset)$ e $P(P(\emptyset))$.
 - (b) Fare una list degli elementi di $P(\{0\})$ e $P(P(\{0\}))$.
7. Determinare le seguenti intersezioni infinite $\bigcap_{n \in \mathbf{N}} [-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}]$, $\bigcap_{n \in \mathbf{N}} (-\infty, n]$, $\bigcap_{n \in \mathbf{N}} [n, \infty)$.
8. Determinare le seguenti unioni infinite $\bigcup_{n \in \mathbf{N}} (-\frac{1}{n}, \frac{1}{n})$, $\bigcup_{n \in \mathbf{N}} (-\infty, n]$, $\bigcup_{n \in \mathbf{N}} [n, \infty)$.
9. Siano $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.
 - (a) Determinare due funzioni iniettive distinte $f, g: A \rightarrow B$. Quante ce ne sono in tutto?
 - (b) Determinare due funzioni suriettive distinte $f, g: B \rightarrow A$. Ne esistono di iniettive?
 - (c) Determinare due funzioni biettive distinte $f, g: B \rightarrow C$. Quante ce ne sono in tutto?
10. Sia $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{N}$ data da $f(n) = 3n^2 + 4$. Determinare se f è iniettiva, suriettiva, biiettiva.
11. Costruire una funzione $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{Z}$ tale che
 - (a) f è iniettiva ma non suriettiva.
 - (b) f è suriettiva ma non iniettiva.
12. Se esiste, costruire una biiezione fra i seguenti insiemi.
 - (a) $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{7, 8, 10\}$;
 - (b) $A = \{0, 1\}$ e $B = \{1\}$;
 - (c) \mathbf{Z} e $\{x \in \mathbf{Z} : x \text{ è dispari}\}$;
 - (d) \mathbf{R} e $\mathbf{R} - \{0\}$;