1. Determinare tutti i numeri primi $100 \leq p \leq 120$.
2. (a) Dimostrare che se $n \geq 2$ non è primo, allora esiste un primo $p \leq \sqrt{n}$ che divide n.
   (b) Sfruttare il risultato (a) per dimostrare che 467 è primo
3. Fattorizzare i seguenti numeri in fattori primi.
   (a) 91; (c) $15^2 - 2^2$; (e) $2^{10} - 1$;
   (b) 210; (d) $10!$; (f) $2^{11} - 1$;
4. Determinare il resto delle divisioni per 3, 9, 4, 11 del numero 3548917.
5. Calcolare $\mathrm{mcd}(623, 413)$, $\mathrm{mcd}(1014, 273)$, $\mathrm{mcd}(1122, 105)$ e $\mathrm{mcd}(2244, 418)$.
6. Siano a e b interi con $\mathrm{mcd}(a, b) = d$. Dimostrare che $\mathrm{mcd}(a/d, b/d) = 1$.
7. Siano $n, m \in \mathbf{Z}_{\geq 1}$. Siano $\mathrm{mcd}(n, m)$ e $\mathrm{mcm}(n, m)$ il massimo comun divisore e il minimo comune multiplo fra n ed m. Dimostrare che $\mathrm{mcm}(n, m) \cdot \mathrm{mcd}(n, m) = nm$.
8. Per i seguenti numeri n e m, determinare $a, b \in \mathbf{Z}$ tali che $an + bm = \mathrm{mcd}(n, m)$.
   (a) $n = 4$ e $m = 30$; (c) $n = 103$ e $m = 101$; (e) $n = 221$ e $m = 169$;
   (b) $n = 14$ e $m = 40$; (d) $n = 91$ e $m = 0$; (g) $n = 10001$ e $m = 9999$.
9. (a) Scrivere il numero 123 in base 2 e in base 7;
   (b) Scritto in base 2 sia $n = 10010001001$. Esprimere n in base 3;
   (c) Scritto in base 16, siano $n = AB$ e $m = 9C$. Calcolare nm e scrivere il risultato in base 16.
10. (a) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = 20$;
    (b) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = -12$;
    (c) Stabilire se esistono $s, t \in \mathbf{Z}$ tali che $24s + 18t = 3$.
11. Determinare tutte le soluzioni $x \in \mathbf{Z}$ delle seguenti congruenze
    (a) $x \equiv 3 \pmod{11}$; (b) $3x \equiv 1 \pmod{5}$; (c) $9x \equiv 0 \pmod{30}$.
12. Stabilire se per le seguenti congruenze esistono soluzioni $x \in \mathbf{Z}$. In caso affermativo, determinarle tutte. (a) $5x \equiv 8 \pmod{17}$ (b) $9x \equiv 26 \pmod{30}$.
13. Determinare tutte le soluzioni $x \in \mathbf{Z}$ dei seguenti sistemi di congruenze
    (a) $\begin{cases} x \equiv 4 \pmod{8}, \\ x \equiv 3 \pmod{5}, \\ x \equiv 4 \pmod{9}; \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 5x \equiv 4 \pmod{8}, \\ 3x \equiv 3 \pmod{5}, \\ 2x \equiv 4 \pmod{9}; \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 9x \equiv 20 \pmod{8}, \\ x \equiv -2 \pmod{5}, \\ -8x \equiv 4 \pmod{9}; \end{cases}$
14. Andare al link `http://www.mat.uniroma2.it/~eal/psychic.swf`. Spiegare come mai la sfera magica riesce a sempre indovinare il simbolo giusto.
15. Sia $x = x_n x_{n-1} \ldots x_0$ un numero intero positivo rappresentato in base 10. Far vedere che $x \equiv x_0 - x_1 + x_2 - \ldots + (-1)^n x_n \pmod{11}$. Decidere se 1213141516171819 è divisibile per 11.
16. Determinare il resto delle divisioni per 7, per 11 e per 13 di 5^{2003}; determinare il resto della divisione per 1001 di 5^{2003} (si noti che $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$).
17. Sia $n \in \mathbf{N}$. Dimostrare
    (a) Se $2^n - 1$ è primo, allora n è primo.
    (b) Se $2^n + 1$ è primo, allora n è una potenza di 2.
    (c) Valgono le affermazioni inverse di (a) e (b)?