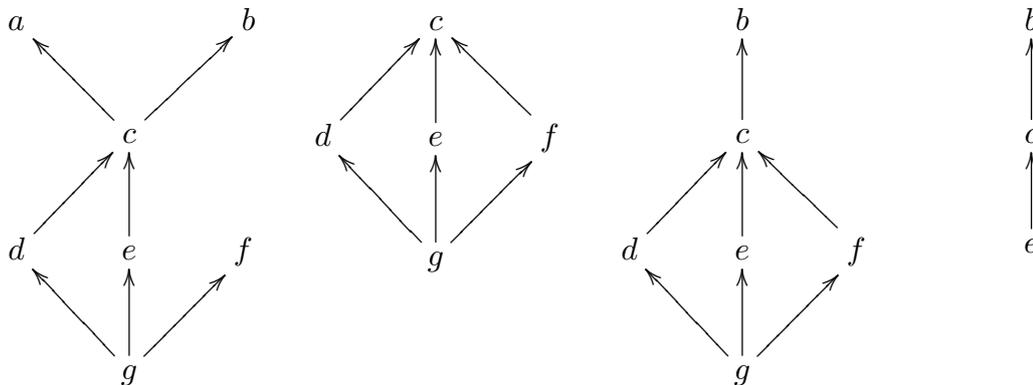
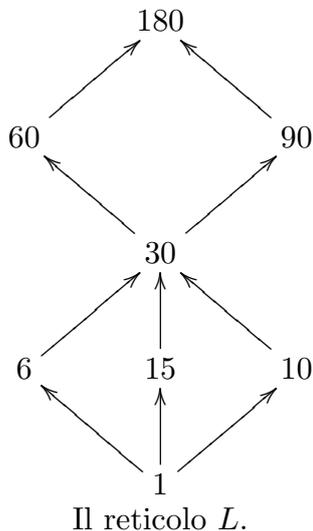


1. Quali dei seguenti insiemi parzialmente ordinati sono reticoli e quali no:



2. Si consideri il reticolo $L = \{1, 6, 10, 15, 30, 60, 90, 180\}$ con la relazione di ordine data dalla divisibilità, e munito delle operazioni di inf e sup indotte da tale relazione, per semplicità indicate con $a \wedge b = inf(a, b)$ e $a \vee b = sup(a, b)$.



- (a) Calcolare $60 \wedge 90 \wedge 15$, $60 \wedge (90 \vee 15)$, $6 \vee (15 \wedge 30)$ e $(6 \wedge 15) \vee (10 \wedge 60)$.
- (b) Verificare che si tratta di un reticolo limitato, specificando chi sono massimo e minimo.
- (c) Determinare se è un reticolo complementato, specificando quali elementi hanno complemento, se tale complemento è unico, ed eventualmente quali elementi non hanno complemento.
- (d) Determinare, se ci sono, terne di elementi $a, b, c \in L$ e $l, m, n \in L$ per cui

$$a \vee (b \wedge c) \neq (a \vee b) \wedge (a \vee c), \quad l \wedge (m \vee n) \neq (l \wedge m) \vee (l \wedge n).$$
- (e) Sia $S = \{10, 15, 30, 60\} \subset L$. Determinare l'insieme dei maggioranti di S in L e determinare se S ha sup in L . Se sì, determinare se si tratta di un massimo.
- (f) Determinare l'insieme dei minoranti di S in L e determinare se S ha inf in L . Se sì, determinare se si tratta di un minimo.