

1. Siano  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ . Fare una lista degli elementi di
  - (a)  $A \cap B \cap C$ ;
  - (b)  $(A \cup B) \cap C$ ;
  - (c)  $A \cup (B \cap C)$ ;
  - (d)  $(A - B) - C$ ;
  - (e)  $A - (B - C)$ ;
  - (f)  $A \cap (B - C)$ .
  
2. Siano  $A, B, C$  tre insiemi.
  - (a) Dimostrare che  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$  e che  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .
  - (b) Costruire tre insiemi  $A, B, C$  per cui  $A \cap (B \cup C) \neq (A \cap B) \cup C$ .
  
3. Siano  $A, B$  e  $C$  tre sottoinsiemi di  $X$ . Dimostrare
  - (a)  $A \cup B \subset A \cup B \cup C$ ;
  - (b)  $(A - B) - C \subset A - C$ ;
  - (c)  $(A - C) \cap (C - B) = \emptyset$ ;
  - (d)  $(B - A) \cup (C - A) = (B \cup C) - A$ .
  
4. Sia  $P(A)$  l'insieme delle parti dell'insieme  $A$ .
  - (a) Fare una list degli elementi di  $P(\emptyset)$  e di  $P(P(\emptyset))$ .
  - (b) Fare una list degli elementi di  $P(\{0\})$  e di  $P(P(\{0\}))$ .
  
5. Siano  $A = \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$ ,  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $C = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ .
  - (a) Determinare due funzioni iniettive distinte  $f, g: A \rightarrow B$ . Quante ce ne sono in tutto?
  - (b) Determinare due funzioni suriettive distinte  $f, g: B \rightarrow A$ . Ne esistono di iniettive?
  - (c) Determinare due funzioni biettive distinte  $f, g: B \rightarrow C$ . Quante ce ne sono in tutto?
  
6. Costruire una funzione  $f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{Z}$  tale che
  - (a)  $f$  è iniettiva ma non suriettiva.
  - (b)  $f$  è suriettiva ma non iniettiva.
  
7. Sia  $\mathbf{N}$  l'insieme dei numeri naturali. Dimostrare che  $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$  è numerabile.
  
8. Siano  $A$  e  $B$  due insiemi numerabili. Dimostrare che anche  $A \cup B$  è numerabile.
  
9. Se esiste, costruire una biezione fra i seguenti insiemi.
  - (a)  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{7, 8, 10\}$ ;
  - (b)  $A = \{0, 1\}$  e  $B = \{1\}$ ;
  - (c)  $\mathbf{Z}$  e  $\{x \in \mathbf{Z} : x \text{ è dispari}\}$ ;
  - (d)  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{R} - \{0\}$ ;
  
10. Sia  $\Omega$  il sottoinsieme di  $P(\mathbf{N})$  che ha come elementi i sottoinsiemi *finiti* di  $\mathbf{N}$ . Dimostrare che  $\Omega$  è numerabile.