1. Sia C la circonferenza in $\mathbf{R}^2$ di equazione $(x-1)^2+(y+1)^2=9$ e sia P il punto $\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$. Determinare equazioni cartesiane delle due rette tangenti a C e passanti per P. (Suggerimento: fare un disegno)

2. Sia S la sfera di equazione $x_1^2+(x_2-2)^2+(x_3+1)^2=4$ e sia r la retta di equazione cartesiana:
$$\begin{cases} 2x_1+x_2-4=0 \\ -x_1+x_3+1=0 \end{cases}$$
   (a) Determinare i punti d'intersezione P e Q di S con r.
   (b) Scrivere l'equazione del piano π_1 tangente alla sfera in P.
   (c) Scrivere l'equazione del piano π_2 tangente alla sfera in Q.
   (d) Scrivere un'equazione parametrica della retta r intersezione di π_1 e π_2.

3. Calcolare i seguenti prodotti di matrici

   (a) $\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&2\\3&2\\0&1\end{pmatrix}$.

   (b) $\begin{pmatrix}1&2&3&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$.

   (c) $\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&2&3&4\\4&3&2&1\end{pmatrix}$.

   (d) $\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\3\\0\end{pmatrix}$.

   (e) $\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&2&3&4\end{pmatrix}$.

   (f) $\begin{pmatrix}1&2\\2&3\\2&1\\3&4\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&2\\3&4\end{pmatrix}$.

4. Calcolare i prodotti AB e BA dove
$$A=\begin{pmatrix}1&-1&2\\1&0&-1\\1&1&1\end{pmatrix},\qquad B=\begin{pmatrix}0&0&2\\0&1&-1\\1&0&-2\end{pmatrix}.$$

5. Quali applicazioni sono lineari?
   (a) $g:\mathbf{R}\longrightarrow\mathbf{R}$ data da $g(x)=|x|$ per ogni $x\in\mathbf{R}$.
   (b) $f:\mathbf{R}^n\longrightarrow\mathbf{R}^n$ data da
$$f\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_{n-1}\\x_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x_2\\x_3\\\vdots\\x_n\\x_1\end{pmatrix}.$$

6. Calcolare le dimensioni di $\ker(f)$ ed $\mathrm{im}(f)$ per l'applicazione lineare $f:\mathbf{R}^4\longrightarrow\mathbf{R}^4$ data da
$$f\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&3&-1&4\\0&-1&0&-1\\-1&2&-4&1\\2&-1&5&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\\x_4\end{pmatrix}.$$