1. In $\mathbf{R}^3$ siano dati i seguenti punto $\mathbf{p}$ e retta r:

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad r : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, (t \in \mathbf{R}).$$

   Calcolare la distanza di $\mathbf{p}$ da r.

2. In $\mathbf{R}^3$ siano dati i seguenti punto $\mathbf{p}$ e piano π:

$$\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \qquad \pi : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, (t, s \in \mathbf{R}).$$

   Calcolare la distanza di $\mathbf{p}$ da π.

3. In $\mathbf{R}^3$ sia π il piano dato da $-x_1+3x_2+2x_3+1 = 0$ e siano $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
   (a) Calcolare un'equazione cartesiana del piano π_1 passante per $\mathbf{p}$ e parallelo a π.
   (b) Calcolare un'equazione parametrica della retta r passante per $\mathbf{q}$ e ortogonale π_1.
   (c) Calcolare un'equazione parametrica della retta ℓ passante per $\mathbf{p}$ e ortogonale π.
   (d) Determinare $r \cap \ell$. Se $r \cap \ell = \emptyset$, calcolare la distanza $d(r, \ell)$.

4. Siano date le rette r_1, r_2, r_3 di equazioni parametriche

$$r_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, (t \in \mathbf{R}), \quad r_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, (s \in \mathbf{R})$$

   e

$$r_3 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}, (r \in \mathbf{R}).$$

   (a) Determinare i punti d'intersezione: $\{P\} = r_1 \cap r_2$; $\{Q\} = r_2 \cap r_3$; $\{R\} = r_3 \cap r_1$
   (b) Scrivere un'equazione parametrica del piano passante per P, Q ed R.
   (c) Scrivere un'equazione cartesiana del piano passante per P, Q ed R.

5. Sia S la sfera di equazione $(x_1 - 1)^2 + (x_2 + 1)^2 + (x_3 - 2)^2 = 9$. Siano π il piano di equazione $x_1 = 1$ e π' quello di equazione $-2x_1 + x_3 + 1 = 0$.
   (a) Calcolare la distanza fra π e il centro di S e la distanza fra π' e il centro di S
   (b) Verificare che l'intersezione fra π ed S è una circonferenza e calcolarne il raggio. Fare la stessa cosa per π'.