TOR VERGATA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ROMA

Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata

Informazioni
Segreteria didattica: *Cristiano Di Meo*, tel. 06 72594685
Coordinatrice Corso di Laurea: *Lucia Caramellino*
Sito web: `http://www.mat.uniroma2.it/didattica/`
E-mail: `dida@mat.uniroma2.it`

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata si inquadra nella Classe delle lauree magistrali in Matematica (Classe LM-40 del DM 16 Marzo 2007). Il Corso afferisce al Dipartimento di Matematica e si svolge nella Macroarea di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali. La Coordinatrice del Corso di Studio è la Prof.ssa Lucia Caramellino.

Incentivi

Per l'AA 2025/26, il Dipartimento di Matematica istituisce **3 premi di laurea magistrale** dell'importo di **2000 euro** ciascuno per gli studenti immatricolati al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata e **3 premi per tesi di laurea magistrale** dell'importo di **2000 euro** ciascuno. Informazioni dettagliate sono reperibili sul sito del corso di laurea.

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni. Grazie alla formazione acquisita, chi consegue la laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata potrà, a seconda dei casi, inserirsi nel mondo del lavoro, sia utilizzando le specifiche competenze acquisite che valorizzando le sue capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altri esperti, oppure proseguire negli studi partecipando a programmi di dottorato in discipline matematiche o affini.
Sono possibili percorsi formativi differenziati, atti ad integrare e completare la propria formazione matematica. Tuttavia, in ogni ambito vengono sottolineati gli aspetti metodologici al fine di assicurare una profonda comprensione della materia e la capacità di aggiornare costantemente le competenze acquisite. Con l'intento di accrescere le capacità di autonomia degli studenti, e per permettere la formulazione di piani di studio che si adattino alle esigenze di una società in rapida evoluzione, si è previsto un elevato grado di libertà nella scelta degli insegnamenti.
Per acquisire un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica, il percorso formativo è caratterizzato dalla presenza, all'inizio, di insegnamenti intesi a fornire un quadro ampio e organico di argomenti di carattere avanzato nelle discipline fondamentali (algebra, analisi, geometria, fisica matematica, analisi numerica, probabilità). Successivamente, sono offerti insegnamenti a carattere specialistico, volti ad accogliere specifici interessi sviluppati dagli studenti, nonché a coadiuvare lo svolgimento del lavoro di tesi, cui è attribuita una valenza determinante per il compimento del ciclo di studi.
Il conseguimento della laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata porta a sviluppare la capacità di comunicare le conoscenze acquisite in contesti professionali, sia specialistici sia interdisciplinari. Il percorso formativo favorisce inoltre un contatto diretto con la letteratura matematica, anche in ambito di ricerca, e il potenziamento delle competenze necessarie per orientarsi tra i testi e costruire bibliografie, sia in italiano sia in inglese. La redazione della prova finale costituisce, tra

l'altro, una verifica dell'acquisizione di queste competenze e della padronanza delle tecniche usuali della comunicazione scientifica in ambito matematico.

Indice

Informazioni generali

Obiettivi formativi specifici del corso di laurea magistrale

Il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata si propone di sviluppare competenze e conoscenze avanzate in vari settori della matematica, garantendo ai suoi iscritti ampia possibilità di approfondimento sia degli aspetti teorici di questa disciplina che delle sue applicazioni.
Chi consegue la laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata possiede un'approfondita conoscenza sia degli aspetti disciplinari sia di quelli metodologici della matematica ed è in grado di comunicare in modo efficace le competenze acquisite in contesti professionali, sia specifici sia interdisciplinari. È inoltre in grado di orientarsi nella consultazione della letteratura scientifica e di redigere bibliografie in ambito matematico.
A seconda delle inclinazioni e delle preferenze personali, il percorso può proseguire con la partecipazione a programmi di dottorato in discipline matematiche oppure con l'ingresso nel mondo del lavoro, valorizzando sia le competenze specifiche acquisite sia le capacità di flessibilità mentale e di collaborazione con altre figure esperte.

Sbocchi lavorativi

Grazie alle conoscenze e competenze acquisite, ivi inclusa una mentalità flessibile e l'esperienza maturata nell'analisi e nella risoluzione di problemi, il conseguimento della laurea magistrale in Matematica Pura e Applicata apre a un'ampia gamma di opportunità occupazionali e professionali. I settori più indicati sono quelli in cui la matematica svolge un ruolo centrale sotto il profilo applicativo o teorico, o quantomeno costituisce un ambito chiaramente correlato quanto a importanza. Alcuni esempi:
- l'elaborazione e l'analisi di modelli a supporto dei processi industriali e dei servizi;
- l'analisi statistica dei dati;
- l'insegnamento;
- l'avviamento alla ricerca pura e applicata in un corso di dottorato;
- la diffusione della cultura scientifica;
- l'informatica e la telematica.

Inoltre, qualora il Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata si innesti su un corso di laurea triennale in discipline affini, sarà possibile un pronto inserimento anche in professioni o campi di studio differenti. Tutto questo è ampiamente documentato in una dettagliata analisi dei diversi impieghi ad alto livello di chi possiede una laurea in matematica.
Negli anni più recenti, coloro che hanno conseguito la laurea presso il nostro corso in Matematica Pura e Applicata hanno trovato occupazione in ambiti molto diversi e in numerose realtà di rilievo, tra cui Enel, Poste Italiane, TIM, Banca Nazionale del Lavoro, Banca d'Italia, Accenture, Amazon, Deloitte, Engineering, KPMG Consulting, ACEA, DMBI Consulting, AxA Assicurazioni, Allianz ConTe Assicurazioni, ARPM, BIP Business Integration Partners.

Descrittori europei del titolo di studio

I Descrittori di Dublino di seguito riportati sono enunciazioni generali dei tipici risultati conseguiti dagli studenti che hanno ottenuto il titolo dopo aver completato con successo il ciclo di studio.

Conoscenza e capacità di comprensione.
Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata avrà:
- acquisito una conoscenza ampia e adeguata di tematiche avanzate in più settori della matematica, nonché in alcuni settori affini a questa disciplina;
- potuto acquisire una conoscenza adeguata di tecniche di formalizzazione e modellizzazione, anche complesse, tipiche delle applicazioni della matematica in vari ambiti scientifici e professionali;
- potuto acquisire un livello di comprensione del linguaggio, delle tecniche e dei contenuti dei principali settori della matematica, soprattutto relativi al campo di specializzazione prescelta, tale da metterli in grado di iniziare percorsi di avviamento alla ricerca.

Inoltre, chi consegue la laurea in Matematica Pura ed Applicata dovrà avere facilità di astrazione, incluso lo sviluppo logico di teorie formali e delle loro relazioni. Lo strumento didattico privilegiato per il raggiungimento di tali obiettivi sono le lezioni, le esercitazioni e le attività di laboratorio e tutorato. La verifica avviene in forma classica attraverso la valutazione di un elaborato scritto e/o un colloquio orale.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione.
Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata dovrà essere in grado di elaborare o applicare idee, anche originali, e possedere sicure competenze sia per ideare e sostenere argomentazioni che per risolvere problemi nel proprio campo di studi. In particolare, essi dovranno essere in grado di:
- comprendere approfonditamente problemi matematici anche di livello elevato;
- identificare gli elementi essenziali di un problema e saperlo modellizzare, in termini matematici, identificando metodologie idonee per la sua soluzione;
- produrre dimostrazioni originali e rigorose di semplici proposizioni in diversi campi della matematica.

Inoltre, con riferimento al campo di specializzazione prescelta, essi dovranno essere capaci di:
- estrarre informazioni qualitative da dati quantitativi;
- comprendere, utilizzare e progettare metodi teorici e/o computazionali adeguati alle tematiche affrontate;
- utilizzare in maniera efficace strumenti informatici di supporto.

La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avviene di norma mediante:
- le varie prove svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti durante la preparazione della prova finale.

Autonomia di giudizio.
Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata dovrà:
- sapere collegare tra loro i diversi concetti matematici, tenendo presente la struttura logica e gerarchica della matematica;
- essere in grado di analizzare criticamente una dimostrazione, e di produrne una standard ove occorra;

- essere in grado di valutare l'appropriatezza di un modello o di una teoria matematica nella descrizione di un fenomeno concreto;
- essere in grado di fare ricerche bibliografiche autonome utilizzando libri di contenuto matematico, sviluppando anche una familiarità con le riviste scientifiche di settore;
- essere in grado di utilizzare per la ricerca scientifica gli archivi elettronici disponibili sul WEB, operando la necessaria selezione dell'informazione disponibile;
- essere in grado di capire e valutare le difficoltà del processo insegnamento/apprendimento in base all'argomento trattato e alla situazione dei discenti;
- possedere un adeguato livello di consapevolezza delle possibili implicazioni anche etiche e sociali della propria attività.

Queste capacità verranno stimolate in tutti gli insegnamenti, rafforzando il senso critico e assegnando problemi da svolgere anche in modo originale. La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avverrà di norma mediante:
- le varie prove svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti durante la preparazione della prova finale.

Abilità comunicative.
Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata dovrà:
- essere in grado di elaborare o applicare idee, anche originali, e di sostenerle con chiarezza e rigore sia di fronte a specialisti del settore che ad un uditorio più vasto;
- sapere sollecitare, stimolare, favorire e guidare all'interesse per il pensiero matematico;
- essere in grado di presentare la propria ricerca, o i risultati di una ricerca bibliografica, e di esporre in maniera compiuta il proprio pensiero su problemi, idee e soluzioni, utilizzando efficacemente, in forma scritta e orale, almeno una lingua dell'Unione Europea oltre l'italiano, nell'ambito specifico di competenza della matematica e per lo scambio di informazioni generali.

Tali abilità potranno essere conseguite alla fine del percorso formativo, come risultato dei contenuti di base dell'offerta formativa. Alcuni corsi prevederanno la presentazione di argomenti di approfondimento attraverso seminari o relazioni scritte, richiedendo a chi partecipa di maturare capacità espositive, sia scritte che orali. La preparazione acquisita in materie affini ed integrative darà la possibilità di interagire con laureati in altri settori, ed eventualmente con esperti in campi non necessariamente accademici, potenziando la capacità di formalizzare matematicamente situazioni complesse di interesse applicativo. La verifica del raggiungimento degli obiettivi posti avverrà:
- mediante le varie prove, anche a carattere seminariale, svolte durante gli insegnamenti impartiti e alla loro conclusione;
- in occasione di attività di tutorato nelle quali gli studenti potranno essere coinvolti;
- durante l'esposizione e la discussione dei risultati conseguiti per la prova finale.

Capacità di apprendimento.
Chi si laurea in Matematica Pura ed Applicata:
- ha una mentalità flessibile, ed è in grado di inserirsi prontamente negli ambienti di lavoro, adattandosi facilmente a nuove problematiche;
- è in grado di acquisire rapidamente le competenze pedagogiche necessarie per gestire il processo insegnamento-apprendimento in base all'argomento trattato e alla situazione dei discenti;
- avendo acquisito autonomia e originalità del pensiero matematico, riesce ad inserirsi con successo in percorsi di avviamento alla ricerca;
- sa consultare materiale bibliografico, banche dati e materiale presente in rete, con particolare riferimento al reperimento di fonti bibliografiche nella ricerca matematica, per l'aggiornamento continuo delle conoscenze.

La verifica dell'acquisizione di tali capacità avviene:
- attraverso la valutazione dell'apprendimento di argomenti proposti per lo studio autonomo, durante le prove di esame;
- in occasione di attività di tutorato nelle quali gli studenti potranno essere coinvolti;
- in occasione della prova finale.

Ordinamento degli studi

Sul sito web del Corso di Laurea si trova il Regolamento che con i suoi articoli disciplina e specifica gli aspetti organizzativi del Corso di Laurea. Per conseguire la laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata occorre acquisire almeno 120 crediti (CFU) nell'ambito delle varie attività formative compreso il lavoro di tesi. Le attività formative prevedono insegnamenti teorici e pratici. I crediti relativi alle attività formative caratterizzanti, affini o integrative sono acquisiti seguendo moduli didattici e superando i relativi esami, secondo il piano delle attività formative ed in base alla programmazione didattica definita dal Consiglio di Dipartimento. I percorsi formativi danno ampio spazio a esercitazioni e ad attività di tutorato e di laboratorio. I crediti relativi alle attività a scelta vengono normalmente acquisiti mediante la formulazione di un piano di studio contenente insegnamenti scelti nell'ambito delle opzioni proposte dal Consiglio del Dipartimento di Matematica. Modalità diverse di acquisizione di tali crediti verranno valutate dal Consiglio di Dipartimento in riferimento agli obiettivi formativi del corso di laurea ed alla valenza culturale complessiva del piano di studio proposto. La ripartizione delle attività formative, con il numero di crediti assegnato ad ognuna, è contenuta nell'Ordinamento del Corso di Laurea, disponibile sul sito del corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata.

Schema del piano di studio

Attività formative caratterizzanti 44 CFU
Formazione affine ed integrativa 28 CFU
Formazione a scelta 16 CFU
Prova finale 27 CFU
Altre attività formative (ulteriori attività formative art. 10, comma 5, lettera d) 5 CFU

<u>Attività formative caratterizzanti: 44 CFU</u>
(i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)
- CAM 1 (6 CFU)
- CAM 2 (6 CFU)
- Corsi a scelta nel gruppo di settori MAT01/MAT02/MAT03/MAT04/MAT05 per 16 CFU in totale
- Corsi a scelta nel gruppo di settori MAT06/MAT07/MAT08/MAT09 per 16 CFU in totale

<u>Formazione affine ed integrativa: 28 CFU</u>
(i corsi a scelta di questa sezione devono far parte della programmazione didattica del corso di studio)
- Laboratorio di Calcolo (4 CFU)
- Corsi a scelta per 24 CFU nei settori affini (dei quali 16 CFU al massimo di settori MAT)

<u>Formazione a scelta:</u> Corsi per 16 CFU a libera scelta

<u>Attività formative per prova finale: 27 CFU</u>

È necessario inoltre scegliere almeno 4 settori MAT diversi ed almeno un corso in ciascuna delle seguenti coppie di settori: MAT02/MAT03, MAT05/MAT07, MAT06/MAT08.

Programmazione didattica A.A. 2025/26

1° SEMESTRE

- **CAM 1 - Teoria della Misura (6 CFU) - *attività caratterizzante - obbligatoria***
- **Laboratorio di Calcolo (4 CFU) - *attività affine - obbligatoria - erogato in lingua inglese***
- Algebra Commutativa (8 CFU)
- Algebre di Operatori (8 CFU)
- *Analisi di Reti (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*

- CAN 1 - Modellizzazione Geometrica e Simulazione Numerica (8 CFU)
- *Chimica Generale (8 CFU) - *mutuato da Scienza dei Materiali*
- *Complementi di Fisica (8 CFU)
- Complementi di Probabilità (8 CFU)
- Complementi di Topologia Algebrica e Analisi Dati (8 CFU)
- Controllo Ottimo (8 CFU)
- Elementi di Analisi Numerica (8 CFU)
- *Fisica Computazionale (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- *Fisica dei Fluidi Complessi e Turbolenza (8 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- Geometria Differenziale (8 CFU)
- High Dimensional Probability (8 CFU)
- Introduzione alle Varietà Differenziabili (8 CFU)
- Laboratorio di Didattica della Matematica (8 CFU)
- *Meccanica Statistica 2 (6 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- *Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari (8 CFU)
- *Natural Language Processing (6 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- Numerical Methods for Computer Graphics in Java (8 CFU)
- Sistemi Dinamici (8 CFU)
- Superfici di Riemann (8 CFU)
- Teoria dei Giochi e Progetto di Reti (9 CFU) - *mutuato da Teoria dei Giochi e Business Analytics, LM Ingegneria Informatica*

2° SEMESTRE

- **CAM 2 - Introduzione all'Analisi Funzionale (6 CFU) - *attività caratterizzante - obbligatoria***
- EAM 1 - Teoria Spettrale (8 CFU)
- EAM 2 - Spazi di Sobolev e Soluzioni Deboli (8 CFU)
- EP 1: Calcolo Stocastico (8 CFU)
- Equazioni Differenziali (8 CFU)
- Geometria Algebrica (8 CFU)
- Geometria Complessa (8 CFU)
- Lingua inglese (5 CFU)
- *Machine Learning (9 CFU) - *mutuato da LM Informatica*
- Meccanica Analitica e Celeste (FM3) (8 CFU) - *fruito, per 6 CFU, da Celestial Mechanics and Dynamical Systems, LM Fisica*
- Meccanica Superiore 1 (8 CFU)
- Metodi di Ottimizzazione per Big Data (9 CFU) - *mutuato da LM Ingegneria Informatica e Ingegneria Automazione*
- *Progettazione di Sistemi Informatici (8 CFU)
- *Relatività e Cosmologia (6 CFU) - *mutuato da LM Fisica*
- Statistical Learning (8 CFU)
- Storia della Scienza (8 CFU)
- Storia delle Matematiche (8 CFU)
- Teoria delle Rappresentazioni 1 (8 CFU)

(*) *se inserito nel piano di studio, il corso deve far parte delle attività affini o a scelta*

Ripartizione dell'offerta formativa dei settori MAT

SETTORE MAT/02: ALGEBRA

- Algebra Commutativa
- Teoria delle Rappresentazioni 1

SETTORE MAT/03: GEOMETRIA

- Complementi di Topologia Algebrica e Analisi Dati
- Geometria Algebrica
- Geometria Complessa
- Geometria Differenziale
- Introduzione alle Varietà Differenziabili
- Superfici di Riemann

SETTORE MAT/04: MATEMATICHE COMPLEMENTARI

- Laboratorio di Didattica della Matematica
- Storia della Scienza
- Storia delle Matematiche

SETTORE MAT/05: ANALISI MATEMATICA

- Algebre di Operatori
- CAM 1 - Teoria della Misura (obbligatorio)
- CAM 2 - Introduzione all'Analisi Funzionale (obbligatorio)
- Controllo Ottimo
- EAM 1 - Teoria Spettrale
- EAM 2 - Spazi di Sobolev e Soluzioni Deboli
- Equazioni Differenziali

SETTORE MAT/06: PROBABILITÀ E STATISTICA MATEMATICA

- Complementi di Probabilità
- EP 1: Calcolo Stocastico
- High Dimensional Probability
- Statistical Learning

SETTORE MAT/07: FISICA MATEMATICA

- Meccanica Analitica e Celeste
- Meccanica Superiore 1
- Sistemi Dinamici

SETTORE MAT/08: ANALISI NUMERICA

- CAN 1 - Modellizzazione Geometrica e Simulazione Numerica
- Elementi di Analisi Numerica
- Numerical Methods for Computer Graphics in Java

SETTORE MAT/09: RICERCA OPERATIVA

- Metodi di Ottimizzazione per Big Data
- Teoria dei Giochi e Progetto di Reti

Ripartizione dell'offerta formativa dei settori non-MAT

- *Analisi di Reti (9 CFU, INF/01) - *mutuato da LM Informatica*
- *Chimica Generale (8 CFU, CHIM/03) - *mutuato da Scienza dei Materiali*
- *Complementi di Fisica (8 CFU, FIS/01)

- *Fisica Computazionale (8 CFU, FIS/01) - *mutuato da LM Fisica*
- *Fisica dei Fluidi Complessi e Turbolenza (8 CFU, FIS/02) - *mutuato da LM Fisica*
- Laboratorio di Calcolo (4 CFU, INF/01, obbligatorio, erogato in lingua inglese)
- *Machine Learning (9 CFU, INF/01) - *mutuato da LM Informatica*
- *Meccanica Statistica 2 (6 CFU, FIS/03) - *mutuato da LM Fisica*
- *Metodi e Modelli dei Mercati Finanziari (8 CFU, SECS-S/06)
- *Natural Language Processing (6 CFU, ING-INF/05) - *mutuato da LM Informatica*
- *Progettazione di Sistemi Informatici (8 CFU, INF/01)
- *Relatività e Cosmologia (6 CFU, FIS/05) - *mutuato da LM Fisica*

(*) *se inserito nel piano di studio, il corso deve far parte delle attività affini o a scelta*

Si veda anche la pagina della didattica erogata A.A. 2025/26 o la sezione apposita del sito web.

Calendario 2025/26

Gli insegnamenti del primo semestre si terranno dal 29 settembre 2025 al 15 gennaio 2026. Quelli del secondo semestre dal 2 marzo 2026 al 5 giugno 2026. Il 10 settembre 2025 alle ore 10.00, in aula 11, si terrà un incontro con gli studenti nel quale i docenti illustreranno brevemente i programmi dei corsi opzionali.

Esami

Gli insegnamenti del primo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva anticipata (gennaio-febbraio), due appelli nella sessione estiva (giugno-luglio) e due in quella autunnale (settembre). I corsi del secondo semestre prevedono due appelli nella sessione estiva, due in quella autunnale e due in quella invernale. Il calendario degli esami è pubblicato nella sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Valutazione

Il punteggio della prova d'esame è attribuito mediante un voto espresso in trentesimi. La prova di esame sarà valutata secondo i seguenti criteri: Non idoneo: importanti carenze e/o inaccuratezza nella conoscenza e comprensione degli argomenti; limitate capacità di analisi e sintesi.
18-20: conoscenza e comprensione degli argomenti appena sufficiente con possibili imperfezioni; capacità di analisi sintesi e autonomia di giudizio sufficienti.
21-23: conoscenza e comprensione degli argomenti routinaria; capacità di analisi e sintesi corrette con argomentazione logica coerente.
24-26: discreta conoscenza e comprensione degli argomenti; buone capacità di analisi e sintesi con argomentazioni espresse in modo rigoroso.
27-29: conoscenza e comprensione degli argomenti completa; notevoli capacità di analisi, sintesi. buona autonomia di giudizio.
30-30: ottimo livello di conoscenza e comprensione degli argomenti. notevoli capacità di analisi e di sintesi e di autonomia di giudizio. Argomentazioni espresse in modo originale.

Piani di studio

Di norma, entro il mese di novembre del primo anno di corso, viene presentata al Consiglio di Dipartimento una proposta di piano di studio. Il Consiglio valuterà entro il mese di dicembre il piano di studio proposto. Qualora l'iscrizione alla laurea magistrale avvenga in un periodo diverso dell'anno, s'intende che il piano di studio va presentato entro un mese dall'iscrizione e che il Consiglio è tenuto a valutarlo entro il mese successivo. I piani di studio vengono preventivamente valutati dalla Commissione Pratiche Studenti, che verifica la loro coerenza con gli obiettivi formativi. Il piano di studio non può comprendere insegnamenti i cui programmi siano stati già svolti in insegnamenti relativi al conseguimento dei 180 CFU della laurea triennale. A tal proposito si consulti la pagina dedicata alle modalità e alle regole per la presentazione del piano di studio, ove è anche riportata un'ampia scelta di piani di studio consigliati.

Prova finale

La prova finale per il conseguimento della laurea magistrale prevede la stesura di una tesi elaborata in modo originale, comprendente la redazione di un documento scritto (eventualmente anche in lingua inglese) e una prova seminariale conclusiva. L'argomento della tesi viene concordato con una persona del corpo docente, che assume il ruolo di relatore o relatrice.
La tesi dovrà evidenziare nei suoi contenuti la maturità culturale in un'area disciplinare attinente alla sua formazione curriculare. La prova finale verrà valutata in base alla originalità dei risultati, alla padronanza dell'argomento, all'autonomia e alle capacità espositiva e di ricerca bibliografica. A tal proposito si consulti la pagina dedicata alle modalità e alle regole della prova finale.

Modalità e requisiti di ammissione

Per essere ammessi al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata occorre essere in possesso della laurea o del diploma universitario di durata triennale, ovvero di un altro titolo di studio conseguito all'estero riconosciuto idoneo. Sono inoltre richiesti specifici requisiti curriculari, caratteristici delle lauree in discipline matematiche. La natura interdisciplinare della matematica rende possibile anche a studenti che abbiano conseguito la laurea in altri settori di accedere alla laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata, purché in possesso dei suddetti requisiti e di un'adeguata preparazione personale.

Per accedere al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata è necessario avere i requisiti curriculari elencati in almeno uno dei due seguenti punti:

- possesso di una laurea nella classe L-35 (DM 270/2004) provenienti da qualsiasi ateneo italiano (o di studenti in possesso di analogo titolo di studio estero);
- almeno 24 CFU conseguiti complessivamente nei settori da MAT/01 a MAT/09.

Chi intende immatricolarsi al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata deve presentare la richiesta secondo le modalità previste dall'Ateneo. Le domande pervenute saranno esaminate dalla Coordinatrice del Corso di Studio, con l'ausilio dalla Commissione Pratiche Studenti.

La verifica della preparazione personale avviene tramite l'analisi del curriculum, dei programmi degli esami sostenuti e delle votazioni ottenute durante gli studi pregressi e può, eventualmente, richiedere un colloquio. Sono accolte senza ulteriore verifica le domande di tutti i candidati che abbiano conseguito la laurea nella classe L-35, con almeno 6 CFU nel settore MAT/02 e con una votazione pari o superiore a 80/110.

A seguito della valutazione, potrà essere richiesto di includere nel piano di studi uno o più corsi appositamente organizzati in base al curriculum personale. In particolare, potrà essere richiesto l'inserimento, nel piano di studio della laurea magistrale, di uno o più insegnamenti del Corso di Laurea Triennale in Matematica per un massimo di 24 CFU.

Si invitano gli interessati a richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione Pratiche Studenti scrivendo a `dida@mat.uniroma2.it` e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. Si veda anche la sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Trasferimenti

Gli studenti che intendono trasferirsi al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata possono richiedere un parere preventivo ed informale da parte della Commissione Pratiche Studenti scrivendo a `dida@mat.uniroma2.it` e allegando il proprio curriculum studiorum con elenco degli esami sostenuti, completo di crediti formativi, settori disciplinari e programmi relativi. In caso di papere positivo, è necessario seguire le modalità previste dall'Ateneo per i trasferimenti.
Chi si trasferisce al Corso di Laurea Magistrale in Matematica Pura ed Applicata provenendo da altri corsi di laurea magistrale, può chiedere il riconoscimento dei crediti relativi ad esami sostenuti nel corso di studi d'origine. Il Consiglio valuterà di volta in volta le singole richieste. Si veda anche la sezione apposita del sito web del Corso di Studio.

Percorso di Eccellenza

Per il Corso di laurea magistrale in Matematica Pura ed Applicata è attivo presso il Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Roma "Tor Vergata" un Percorso di Eccellenza con lo scopo di valorizzare la formazione degli studenti meritevoli ed interessati ad attività di approfondimento su tematiche di interesse per la Matematica Pura ed Applicata. Il Percorso di Eccellenza, per un totale di 10 crediti formativi aggiuntivi, prevede la partecipazione ad attività formative attività ulteriori rispetto a quelle previste dal corso di studio, costituite da approfondimenti, attività seminariali, o dalla partecipazione a corsi esterni, secondo un programma che verrà personalizzato e concordato con ogni singolo studente. Chi ottiene l'accesso al Percorso di Eccellenza viene affidato dalla Commissione per il Percorso di Eccellenza ad un docente tutor che ne segue il percorso e collabora alla organizzazione delle attività aggiuntive. Le modalità e i requisiti per l'accesso al Percorso di Eccellenza sono ampiamente descritti sulla pagina dedicata.

Percorsi abilitanti per l'insegnamento

Gli interessati all'insegnamento della matematica nella scuola secondaria di primo e secondo grado possono partecipare ai bandi relativi ai percorsi formativi iniziali per docenti 60 CFU (D.P.C.M. 4 agosto 2023), completando la prova finale della Laurea Magistrale prima della prova finale del percorso. Per maggiori informazioni è possibile consultare il sito dedicato.

Vita pratica

La maggior parte delle informazioni è riportata nel sito web del Corso di Studio. Informazioni si possono anche ottenere per posta elettronica (`dida@mat.uniroma2.it`), oppure rivolgendosi alla segreteria didattica, Cristiano Di Meo, tel. 06 72594685 (`dimeo@mat.uniroma2.it`).

Modalità di erogazione della didattica

La didattica si svolge in **presenza e la frequenza è fortemente consigliata**. Come supporto alla didattica, per la larga maggioranza degli insegnamenti, i docenti sono disponibili a utilizzare le classi virtuali Teams per lo scambio di materiali, i contatti, il ricevimento e altre attività. Inoltre, alcuni docenti sono anche disponibili, su richiesta motivata e compatibilmente con la disponibilità di strumenti adeguati ed efficienti, ad effettuare streaming e/o registrazione delle lezioni. Si ribadisce tuttavia che **lo streaming e/o la registrazione delle lezioni possono essere intesi unicamente come supporto collaterale alla didattica svolta in aula e non possono in alcun modo essere considerati come sostituto sistematico per essa.**

Programmi dei corsi / Syllabi

ALGEBRA COMMUTATIVA / COMMUTATIVE ALGEBRA

1° semestre

8 CFU – settore MAT/02 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Viviani

Programma: Anelli Commutativi e Moduli. Ideali primi: spettro, teorema degli zeri di Hilbert, decomposizione primaria. Proprietà di estensioni di anelli: piattezza, completamento, estensioni integrali. Valutazioni: anelli di valutazione discreta, domini di Dedekind e di Krull. Anelli graduati. Teoria della Dimensione. Teoria della profondità: anelli di Cohen-Macaualy e di Gorenstein. Anelli Normali e Regolari. Estensioni piatte: criteri locali, fibre di morfismi piatti, piattezza generica. Liscezza: derivazioni e differenziali. Anelli di Nagata e Eccellenti.
Il corso prevede ulteriori 15 ore di approfondimenti.

Obiettivi di apprendimento: Approfondire lo studio degli Anelli Commutativi

Testi consigliati:
M. F. Atiyah, I. G. MacDonald: *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley, 1969
H. Matsumura: *Commutative Algebra*, 2nd Edition, Benjamin, 1980
N. Bourbaki: *Elements of Mathematics: Commutative Algebra*, Chapters 1-7, Springer-Verlag, 1989
A. J. de Jong: *The Stacks Project: Commutative Algebra*, Columbia University, NY

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Commutative Rings and Modules. Prime ideals: spectrum, Hilbert nullstellensatz, primary decomposition. Propertied of extensions of rings: flatness, completion, integral extensions. Valuation: discrete valuation rings, Dedekind and Krull domains. Graded rings. Dimension Theory. Depth Theory: Cohen-Macaualy and Gorenstein rings. Normal and Regular rings. Flat extensions: local criteria, fibers of flat morphism, generic flatness. Smoothness: derivations and differentials. Nagata and Excellent rings.
The course includes additional 15 hours dedicated to more advanced topics.

Learning objectives: Deepen the study of Commutative Rings

Text books:
M. F. Atiyah, I. G. MacDonald: *Introduction to Commutative Algebra*, Addison-Wesley, 1969
H. Matsumura: *Commutative Algebra*, 2nd Edition, Benjamin, 1980
N. Bourbaki: *Elements of Mathematics: Commutative Algebra*, Chapters 1-7, Springer-Verlag, 1989
A. J. de Jong: *The Stacks Project: Commutative Algebra*, Columbia University, NY

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

ALGEBRE DI OPERATORI / OPERATOR ALGEBRAS

1° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Radulescu

Programma: 1. Algebre di Banach e C*-algebre; 2. Spettro e Risolvente; 3. Funzionali positivi, rappresentazione di Gelfand-Naimark-Segal, teorema di Gelfand-Naimark; 4. Algebre abeliane, trasformata di Gelfand, teorema di Gelfand; 5. Algebre di von Neumann, teorema di von Neumann. W*-algebre, teorema di Sakai; 6. Classificazione delle proiezioni, W*-algebre di tipo I, II e III; 7. Elementi di teoria modulare, teorema di Tomita; 8. Rappresentazione standard; 9. Probabilità libera (cenni); 10. Congettura di Connes e giochi quantistici non-locali (cenni)

Obiettivi di apprendimento: Nonostante la vastità e la complessità delle potenziali tematiche, il corso in questione si prefigge di fornire importanti nozioni basilari sulla tematica in rapido sviluppo delle cosiddette "Algebre di Operatori", materia quest'ultima in rapido sviluppo e suscettibile di svariate applicazioni. Lo scopo primario del corso sarà quindi quello di presentare nella maniera più semplice possibile, senza comunque tralasciare del tutto i risvolti tecnici, le problematiche coinvolte in questa affascinante materia. La parte finale del corso sarà dedicata (tempo permettendo) a descrivere alcune stimolanti applicazioni a campi della matematica e della fisica quantistica. Relativamente all'insegnamento sarà dato rilievo ai seguenti campi: Conoscenza e capacità di comprensione, Capacità di applicare conoscenza e comprensione, Autonomia di giudizio, Abilità comunicative, Capacità di apprendimento

Testi consigliati:
M. Takesaki: *Theory of Operator Algebras I*, Springer, 1979 (relativamente ai punti 1–5)
S. Stratila, L. Zsido: *Lectures on von Neumann Algebras*, 2nd Edition, Cambridge University Press, 2019 (relativamente ai punti 6–8)
S. Stratila: *Modular Theory in Operator Algebras*, Cambridge University Press, 1981 (relativamente ai punti 7–9)
O. Bratteli, D. W. Robinson: *Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics, I, II*, Springer, 1987 (relativamente ai punti 7 e 9)
Note del corso

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: 1. Banach algebras and C*-algebras. 2. Spectrum and Resolvent. 3. Positive functionals, Gelfand-Naimark-Segal representation, Gelfand-Naimark theorem. 4. Abelian algebras, Gelfand transformation, Gelfand theorem. 5. von Neumann algebras, von Neuman theorem. W*-algebras, Sakai theorem. 6. Classification of projections, type I, II and III W*-algebras. 7. Modular theory, Tomita theorem. 8. Standard representation 9. Free Probability (outlook). 10. Connes Embedding Problem and non-local quantum games (outlook)

Learning objectives: Despite wideness and complexity of the topic, the objective of the course under consideration is to provide some relevant argument of the topic "Operator Algebras". The primary aim of the course is to present the involved tools in the simplest possible way, but without missing the relevant technical details. Time permitting, the final part of the course shall provide some of the stimulating applications to other branches of mathematics, and quantum physics. Teaching will be particularly focused on the following fields:

Knowledge and understanding, Applying knowledge and understanding, Making judgements, Communication skills, Learning skills

Text books:
M. Takesaki: *Theory of Operator Algebras I*, Springer, 1979 (for items 1–5)
S. Stratila, L. Zsido: *Lectures on von Neumann Algebras*, 2nd Edition, Cambridge University Press, 2019 (for items 6–8)
S. Stratila: *Modular Theory in Operator Algebras*, Cambridge University Press, 1981 (for items 7–9)
O. Bratteli, D. W. Robinson: *Operator Algebras and Quantum Statistical Mechanics, I, II*, Springer, 1987 (for items 7 and 9)
Course notes

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

ANALISI DI RETI

1° semestre

9 CFU – settore INF/01 – 72 ore di lezione in aula

Docente: M. Di Ianni (codocente: L. Gualà)

Programma: PARTE 1 (Miriam Di Ianni, 6 cfu, 48 ore) 1) Modelli generativi di grafi aleatori e loro rilevanza nella rappresentazione di reti: modello di Erdos-Renyi, modello basato sul fenomeno rich-get-richer (popolarità come effetto rete), grafi geometrici aleatori, modelli per lo Small-world e ricerca decentralizzata (modelli e analisi). 2) Teoria dei grafi e delle reti sociali: chiusura triadica, collegamenti forti e deboli, comunità, partizionamenti in comunità, indici di centralità e metodo di Girvan-Newman. 3) Dinamiche nelle reti: modelli di diffusione, cascate e cluster, capacità di cascata, herding e cascate informative 4) Comportamento aggregato e sistemi di voto. 5) Reti di Informazione: il World Wide Web, Link analysis e ricerca nel Web, il problema del Ranking, Hubs e Authorities, il PageRank. PARTE 2 (Luciano Gualà, 3 cfu, 24 ore) Concetti di gioco, giocatori e (diversi tipi di) equilibri. Prezzo dell'Anarchia e Prezzo della Stabilità. Network Design Game. Network Formation Game. Teoria del Mechanism Design: meccanismi VCG e meccanismi a singolo parametro. Aste combinatoriche. Meccanismi senza soldi: house allocation problem, kidney exchange. PLS-completezza

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione di competenze relative ad analisi e soluzione di problemi connessi alla progettazione e alla gestione di reti complesse

Testi consigliati:
D. Easley, J. Kleinberg: *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*, Cambridge University Press, 2010
Dispense a cura del docente disponibili sul sito del corso
N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, V.V. Vazirani: *Algorithmic Game Theory*, Cambrige University Press, 2007
T. Roughgarden: *Twenty Lectures on Algorithmic Game Theory*, Cambrige University Press, 2016

Modalità di esame: Prova orale

Program: PART 1 (Miriam Di Ianni, 6 cfu, 48 hours) 1) Random graphs generative models and their relevance in representing networks: Erdos-Renyi model, Rich-get-richer phenomenon based model, geometric random graphs, modelling the Small-world phenomenon. 2) Graph Theory and Social Networks: TriadicClosure, Strong and Weak Ties, Communities, graph partitioning, centrality indeces, betweenness measures Girvan-Newman method. 3) Network Dynamics. Ddiffusion, cascades, clusters, cascade capacity, herding and information Cascades. 4) Aggregate behavior and voting systems. 5) Information networks: the World Wide Web, Link analysis and Web search, the Ranking problem, Hubs and Authorities, PageRank. PART 2 (Luciano Gualà, 3 cfu, 24 hours) Concepts of games, players and (different types of) equilibria. Price of Anarchy and Price of Stability. Network Design Game. Network Formation Game. Theory of Mechanism Design: VCG mechanisms and One-parameter mechanisms. Combinatorial auctions. Mechanisms without money: house allocation problem, kidney exchange. PLS-completeness

Learning objectives: Acquiring competence related to analysis and solution of problems about design and management of complex networks

Text books:
D. Easley, J. Kleinberg: *Networks, Crowds, and Markets: Reasoning about a Highly Connected World*, Cambridge University Press, 2010
Lecture notes by the teacher available on the web page of the course
N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, V.V. Vazirani: *Algorithmic Game Theory*, Cambrige University Press, 2007
T. Roughgarden: *Twenty Lectures on Algorithmic Game Theory*, Cambrige University Press, 2016

Exam mode: Oral exam

CAM 1 - TEORIA DELLA MISURA / MEASURE THEORY

1° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 60 ore di lezione in aula

Docente: A. Sorrentino

Programma:

1. Cardinalità. Concetti generali sulla cardinalità. Teorema di Cantor-Bernstein. Cardinalità del continuo. Esempi.
2. Teoria generale della misura. Algebre e σ-algebre. Funzioni additive e σ-additive di insieme. Misure, misure finite e σ-finite, misure complete. Spazi misurabili e spazi di misura. Limite superiore e limite inferiore di insiemi, e relazione con la misura. Classi monotone e teorema di estensione di Halmos. Misure esterne, estensione a una σ-algebra di funzioni σ-additive su un'algebra, teorema di Carathéodory. Misure di Borel e di Radon. Misura di Lebesgue in $\mathbb{R}$ e in $\mathbb{R}^N$. Insiemi boreliani e insiemi Lebesgue-misurabili. Invarianza per traslazione e per rotazione. Cubi diadici e aperti visti come unione di cubi diadici. Insieme di Cantor (a livello di esercizi). Proprietà di regolarità delle misure di Radon.
3. Funzioni misurabili. Funzioni misurabili e funzioni di Borel. Caratterizzazioni delle funzioni misurabili a valori reali o a valori reali estesi. Relazione tra misurabilità e continuità. Lo spazio delle funzioni misurabili è chiuso rispetto a somma, prodotto, massimo, minimo, sup e inf numerabili,

massimo e minimo limite. Funzioni semplici. Ogni funzione misurabile nonnegativa è limite crescente di funzioni semplici. Convergenza quasi ovunque, quasi uniforme e in misura, e relazioni tra di loro. Teorema di Lusin.

4. Integrazione. Integrale di funzioni semplici nonnegative. Integrale di funzioni misurabili nonnegative. Integrali di funzioni misurabili. Funzioni integrabili e sommabili. Le funzioni sommabili sono finite quasi ovunque. Principali proprietà dell'integrale: linearità, integrale del modulo e modulo dell'integrale, crescenza dell'integrale rispetto alla funzione integranda, integrali di funzioni coincidenti quasi ovunque, una funzione misurabile nonnegativa ha integrale 0 se e solo se è nulla quasi ovunque. Assoluta continuità dell'integrale. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale: Teorema di Beppo Levi, Lemma di Fatou, Teorema della convergenza dominata, e conseguenze. Continuità e derivata della funzione integrale dipendente da un parametro. Esempi.
5. Spazi L^p. Spazi L^p per $1 \leq p < \infty$ e per $p = \infty$. Loro completezza. Teorema di Riesz-Fischer. Disuguaglianze di Hölder e Minkowski e conseguenze. Relazione tra norma L^p e norma L^∞ (senza dimostrazione). La convergenza in L^p implica la convergenza in misura. Separabilità degli spazi L^p e densità delle funzioni continue a supporto compatto in L^p quando $p < \infty$.
6. Misure prodotto. σ-algebra prodotto. Misure prodotto. Misure prodotto e σ-algebre prodotto in $\mathbb{R}^n$. Teoremi di Tonelli e di Fubini.
7. Funzioni assolutamente continue e a variazione limitata. Le funzioni monotone sono misurabili. Le funzioni monotone hanno al massimo un insieme numerabile di punti di discontinuità. Una funzione monotona è derivabile quasi ovunque (dimostrazione facoltativa). Variazione totale di funzioni a valori reali e funzioni a variazione limitata. Principali proprietà della variazione totale e delle funzioni a variazione limitata. Le funzioni a variazione limitata costituiscono uno spazio vettoriale e sono esattamente le funzioni differenza di due funzioni crescenti. Funzioni assolutamente continue. Le funzioni assolutamente continue sono a variazione limitata, ma non vale il viceversa. Le funzioni assolutamente continue costituiscono uno spazio vettoriale. Relazione tra funzioni assolutamente continue e funzioni integrali di funzioni L^1. Una funzione assolutamente continua con derivata nulla quasi ovunque è costante (senza dimostrazione). Teorema fondamentale e formula fondamentale del calcolo integrale per funzioni assolutamente continue e versione corrispondente per funzioni a variazione limitata.

Il corso prevede ulteriori 15 ore di approfondimenti.

Obiettivi di apprendimento: Teoria della misura

Testi consigliati:
P. Cannarsa, T. D'Aprile: *Introduzione alla Teoria della Misura e all'Analisi Funzionale*, Springer, 2008

Modalità di esame: Prova scritta e orale

Bibliografia di riferimento:
Piermarco Cannarsa, Teresa D'Aprile: *Introduzione alla teoria della misura e all'analisi funzionale*, Springer 2008

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program:

1. Cardinality. General concepts on cardinality. General properties. Cantor-Bernstein theorem. Cardinality of the continuum. Examples.
2. General measure theory. Algebras and σ-algebras. Additive and σ-additive functions of sets. Finite and σ-finite measures, complete measures. Measurable spaces and measure spaces. Upper and lower limit of sets, and relationship with the measure. Monotone classes and Halmos extension theorem. Outer measures, extension to a σ-algebra of σ-additive functions on an algebra, Carathéodory's theorem. Borel and Radon measures. Lebesgue measure on $\mathbb{R}$ and on $\mathbb{R}^N$. Borel sets and Lebesgue measurable sets. Invariance under translation and rotation. Dyadic cubes and open cubes as unions of dyadic cubes. Cantor set (at the level of exercises). Regularity properties of Radon measures.
3. Measurable functions. Measurable functions and Borel functions. Characterizations of measurable real-valued or extended real-valued functions. Relationship between measurability and continuity. The space of measurable functions is closed under sum, product, maximum, minimum, countable sup and inf, limit superior and inferior. Simple functions. Every nonnegative measurable function is the increasing limit of simple functions. Convergence almost everywhere, almost uniformly and in measure, and relations among them. Lusin's theorem.

4. Integration. Integral of nonnegative simple functions. Integral of nonnegative measurable functions. Integrals of measurable functions. Integrable and summable functions. Summable functions are finite almost everywhere. Main properties of the integral: linearity, integral of the modulus and modulus of the integral, monotonicity of the integral with respect to the integrand, integrals of functions coinciding almost everywhere, a nonnegative measurable function has integral 0 if and only if it is zero almost everywhere. Absolute continuity of the integral. Theorems of passing the limit under the integral sign: Beppo Levi's theorem, Fatou's lemma, dominated convergence theorem, and consequences. Continuity and derivative of the integral function depending on a parameter. Examples.
5. L^p spaces. L^p spaces for $1 \le p < \infty$ and for $p = \infty$. Their completeness. Riesz-Fischer theorem. Hölder and Minkowski inequalities and consequences. Relation between L^p and L^∞ norms (without proof). Convergence in L^p implies convergence in measure. Separability of L^p spaces and density of continuous functions with compact support in L^p when $p < \infty$.
6. Product measures. Product σ-algebra. Product measures. Product measures and product σ-algebras in $\mathbb{R}^n$. Tonelli's and Fubini's theorems.
7. Absolutely continuous and bounded variation functions. Monotonic functions are measurable. Monotonic functions have at most a countable set of points of discontinuity. A monotonic function is differentiable almost everywhere (optional proof). Total variation of real-valued functions and functions of bounded variation. Main properties of total variation and functions of bounded variation. Functions of bounded variation form a vector space and are exactly the difference of two increasing functions. Absolutely continuous functions. Absolutely continuous functions are of bounded variation, but the converse does not hold. Absolutely continuous functions form a vector space. Relation between absolutely continuous functions and integrals of L^1 functions. An absolutely continuous function with zero derivative almost everywhere is constant (without proof). Fundamental theorem and fundamental formula of integral calculus for absolutely continuous functions and corresponding version for functions of bounded variation.

The course includes additional 15 hours dedicated to more advanced topics.

Learning objectives: Measure Theory

Text books:
P. Cannarsa, T. D'Aprile: *Introduzione alla Teoria della Misura e all'Analisi Funzionale*, Springer, 2008

Exam mode: Written and oral exam

Reference bibliography: Piermarco Cannarsa, Teresa D'AprileIntroduzione alla teoria della misura e all'analisi funzionaleSpringer 2008

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

CAM 2 - INTRODUZIONE ALL'ANALISI FUNZIONALE / INTRODUCTION TO FUNCTIONAL ANALYSIS

2° semestre

6 CFU – settore MAT/05 – 60 ore di lezione in aula

Docente: S. Carpi

Programma: TEORIA DEGLI INSIEMI. Assioma della scelta e lemma di Zorn. TOPOLOGIA GENERALE. Spazi topologici. Successioni generalizzate e convergenza. Spazi compatti e localmente compatti. SPAZI DI BANACH. Definizioni ed esempi. Operatori limitati su uno spazio normato. Spazio duale. Teorema di estensione di Hahn-Banach e conseguenze. Lemma di Baire. Principio dell'uniforme limitatezza. Teorema dell'applicazione aperta, e teorema del grafico chiuso. Operatore aggiunto. TOPOLOGIE DEBOLI. Spazi vettoriali topologici. Teorema di separazione di Hahn-Banach. Topologia debole e topologia star-debole. Teorema di Banach-Alaoglu. Spazi riflessivi. Esempi. SPAZI DI HILBERT. Prodotto scalare e identità di polarizzazione. Funzionali lineari limitati sugli spazi di Hilbert. Basi ortonormali. Operatori limitati su uno spazio di Hilbert. TEORIA SPETTRALE E OPERATORI COMPATTI. Spettro di un operatore. Operatori compatti. Teorema spettralo per operatori compatti autoaggiunti. Alternativa di Fredholm. Applicazioni ed esempi

Obiettivi di apprendimento: Illustrare alcuni concetti di base dell'analisi funzionale. Gli studenti dovranno acquisire le conoscenze necessarie per la comprensione di alcuni risultati generali dell'analisi funzionale e per l'applicazione di alcuni metodi a problemi particolari

Testi consigliati:
G. K. Pedersen: *Analysis Now*, Springer, 1989

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: SET THEORY. The axiom of choice and Zorn's lemma. GENERAL TOPOLOGY. Topological spaces. Nets and convergence. Compact and locally compact spaces. BANACH SPACES. Definitions and examples. Bounded Operators on normed spaces. Dual space. The Hahn-Banach extension theorem and its main consequences. Baire's lemma. Uniform boundedness principle, Open mapping theorem and closed graph theorem. Adjoint of an operator. WEAK TOPOLOGIES. Topological vector spaces. The Hahn-Banach separation theorem. Weak and weak*-topologies, Banach-Alaoglu theorem. Reflexive spaces. Examples. HILBERT SPACES: Scalar product and polarization identities. Bounded linear functionals on Hilbert spaces. Orthonormal bases. Bounded operators on Hilbert spaces. SPECTRAL THEORY AND COMPACT OPERATORS: Spectrum of an operator. Compact operators. Spectral theorem for compact self-adjoint operators. Fredholm alternative Applications and examples

Learning objectives: Explain some basic concepts of functional analysis. Students will have to acquire the necessary knowledge for the understanding of some general results of functional analysis and for the application of some methods to particular problems

Text books:
G. K. Pedersen: *Analysis Now*, Springer, 1989

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

CAN 1 - MODELLIZZAZIONE GEOMETRICA E SIMULAZIONE NUMERICA / GEOMETRIC MODELING AND NUMERICAL SIMULATION

1° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Docente: C. Manni (codocente: H. Speleers)

Programma: Il corso fornisce un'introduzione alla costruzione ed alle proprietà delle funzioni spline nonché al loro utilizzo nell'ambito della grafica computerizzata, della progettazione del trattamento numerico di equazioni differenziali alle derivate parziali. Polinomi di Bernstein e curve di Bézier (8 ore). B-spline: costruzione, proprietà analitiche e geometriche (24 ore). Curve e superfici B-spline. Curve e superfici NURBS (12 ore). Proprietà di approssimazione di spazi spline (8 ore). Trattamento di problemi ellittici multidimensionali: fondamenti del metodo degli elementi finiti e dell'analisi isogeometrica (12 ore)

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire le conoscenza di base riguardo delle funzioni spline e di alcune loro applicazioni salienti. Al termine dell'insegnamento, lo studente conoscerà le principali proprietà delle funzioni splines, della base B-spline e i principali aspetti delle loro applicazioni nell'ambito del free-form design, dell'approssimazione di funzioni e della soluzione di equazioni alle derivate parziali

Testi consigliati:
C. Manni, H. Speleers: *Standard and Non-Standard CAGD Tools for Isogeometric Analysis: A Tutorial*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2161, pp. 1–69, 2016
T. Lyche, C. Manni, H. Speleers (eds.): *Splines and PDEs: from Approximation Theory to Numerical Linear Algebra*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2219, 2018

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: The course provides an introduction to the construction and properties of spline functions as well as their use in geometric modeling, approximation and numerical treatment of partial differential equations. Bernstein polynomials and Bézier curves (8 hours). B-spline: construction, analytical and geometric properties (24 hours). B-spline curves and surfaces. NURBS curves and surfaces (12 hours). Approximation properties of spline spaces (8 hours). Numerical treatment of multidimensional elliptic problems: fundamentals of the finite element method and isogeometric analysis (12 hours)

Learning objectives: The course aims to provide basic knowledge about splines and some of their salient applications. At the end of the course, the student will know the main properties of splines functions, of the B-spline basis and the main aspects of their applications to free-form design, approximation of functions, and the numerical solution of partial differential equations

Text books:
C. Manni, H. Speleers: *Standard and Non-Standard CAGD Tools for Isogeometric Analysis: A Tutorial*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2161, pp. 1–69, 2016
T. Lyche, C. Manni, H. Speleers (eds.): *Splines and PDEs: from Approximation Theory to Numerical Linear Algebra*, Springer Lecture Notes in Mathematics 2219, 2018

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

CHIMICA GENERALE / GENERAL CHEMISTRY

1° semestre

8 CFU – settore CHIM/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: S. Piccirillo

Programma: La struttura dell'atomo. Sistema periodico degli elementi. Legame chimico (ionico, covalente, metallico). Forze intermolecolari e legame a idrogeno. Stato della materia. Rapporti ponderali nelle reazioni chimiche. Numero di ossidazione. Bilanciamento delle reazioni chimiche. Termodinamica. Funzioni di stato. Equilibri tra fasi. Equilibri chimici omogenei ed eterogenei. La costante di equilibrio termodinamico. Equilibri di solubilità. Dissociazione elettrolitica. Soluzioni e proprietà colligative. Equilibri acido-base in soluzione acquosa: pH, idrolisi, soluzioni tampone, indicatori. Sistemi ossidoriduttivi: potenziali elettrodici, pile, equazione di Nernst, elettrolisi, legge di Faraday. Cinetica chimica

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di fornire allo studente le conoscenze di base della struttura della materia, del legame chimico e delle leggi che regolano le reazioni chimiche. Fornirà inoltre le conoscenze di base relative alle proprietà chimiche dei principali elementi del sistema periodico. Il corso ha quindi l'obiettivo di fornire allo studente gli strumenti per capire la materia e le trasformazioni chimiche che la coinvolgono ed è propedeutico a tutti i corsi di chimica degli anni successivi. Il corso si propone inoltre di introdurre gli studenti alla pratica di laboratorio, mediante la realizzazione di esperimenti per l'applicazione e la verifica dei concetti della chimica generale

Testi consigliati:
I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani: *Chimica*, Casa Editrice Ambrosiana, 2011
P. W. Atkins, L. Jones: *Chimica Generale*, Zanichelli, 1998

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Atomic structure. Periodic table of the elements. Chemical bonding (ionic, covalent, metallic). Intermolecular forces and hydrogen bonding. State of matter. Weight relations in chemical reactions. Oxidation number. Balance of chemical reactions. Thermodynamics. State functions. Equilibrium between phases. Homogeneous and heterogeneous chemical equilibria. The thermodynamic equilibrium constant. Solubility equilibria. Electrolytic dissociation. Solutions and colligative properties. Acid-base equilibria in aqueous solution: pH, hydrolysis, buffer solutions, indicators. Redox systems: electrode potentials, batteries, Nernst equation, electrolysis, Faraday's law. Chemical kinetics

Learning objectives: The course aims to provide the student with the basic knowledge of the structure of matter, of the chemical bond and of the laws that regulate chemical reactions. It will also provide the basic knowledge related to the chemical properties of the main elements of the periodic system. The course therefore aims to provide the student with the tools to understand matter and the chemical transformations and is a prerequisite for all the chemistry courses of the following years. The course also aims to introduce students to laboratory practice, by carrying out experiments for the application and verification of the concepts of general chemistry

Text books:
I. Bertini, C. Luchinat, F. Mani: *Chimica*, Casa Editrice Ambrosiana, 2011
P. W. Atkins, L. Jones: *Chimica Generale*, Zanichelli, 1998

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

COMPLEMENTI DI FISICA / COMPLEMENTS OF PHYSICS

1° semestre

8 CFU – settore FIS/01 – 64 ore di lezione in aula

Docente: G. Dibitetto (codocente: R. Savelli)

Programma: Fondamenti della meccanica statistica classica. Teoria degli ensemble, funzioni termodinamiche, applicazioni elementari. Postulati della meccanica quantistica. Equazione di Schroedinger, buche e barriere di potenziale, effetto tunnell. Oscillatore armonico lineare. Momento angolare. Atomo di idrogeno. Spin. Teoria delle perturbazioni. Metodo variazionale. Struttura fine. Particelle identiche. Gas quantistici di Fermi-Dirac e Bose-Einstein e loro proprietà: gas di Fermi degenere, corpo nero, condensazione di Bose

Obiettivi di apprendimento: Acquisizione di conoscenze di base di Fisica Moderna

Testi consigliati: I testi saranno comunicati dal docente all'inizio del corso

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Fundamentals of classical statistical mechanics. Ensemble theory, thermodynamics, elementary examples. The postulates of quantum mechanics. The Schroedinger equation, potential wells and barriers, tunnelling. The linear harmonic oscillator. Angular momentum. The hydrogen atom. Spin. Perturbation theory. The variational principle. Fine structure. Identical particles. Quantum gases, Fermi-Dirac and Bose-Einstein statistics. Degenerate Fermi gas, thermodynamics. Bose gas: black body, Bose condensation

Learning objectives: To acquire a base knowledge of modern physics

Text books: All relevant information to be given at the beginning of the course

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

COMPLEMENTI DI PROBABILITÀ / ADVANCED PROBABILITY

1° semestre

8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: L. Caramellino (codocente: B. Torti)

Programma: Richiami di teoria della misura. (circa 4 ore)
Spazi di probabilità astratti. Indipendenza. Legge 0-1 di Kolmogorov. Lemmi di Borel-Cantelli e conseguenze. Spazi L^p e disuguaglianze. Cambi di misura. (circa 15 ore)
Convergenza quasi certa, in probabilità e in L^p. Legge dei grandi numeri. (circa 15 ore)
Funzioni caratteristiche. Convergenza in legge. (circa 15 ore)
Aspettazione condizionale. Martingale a tempo discreto. (circa 15 ore)

Obiettivi di apprendimento: Introdurre i fondamenti del Calcolo delle Probabilità tramite gli strumenti forniti dalla Teoria della Misura in modo da comprendere bene gli aspetti matematici della teoria

Testi consigliati:
D. Williams: *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991
P. Baldi: *Probability: An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2023

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Measure theory review. (about 4 hours)
Abstract probability spaces. Independence. Kolmogorov's 0-1 law. Borel-Cantelli lemmas and consequences. L^p spaces and inequalities. Changes of measures. (about 15 hours)
Convergence: almost surely, in probability and in L^p. Law of large numbers. (about 15 hours)
Characteristic functions. Convergence in law. (about 15 hours)
Conditional expectation. Discrete-time martingales. (about 15 hours)

Learning objectives: To introduce the fundamentals of Probability Calculus through the tools provided by the Measure Theory in order to better understand the mathematical aspects of the theory

Text books:
D. Williams: *Probability with Martingales*, Cambridge University Press, 1991
P. Baldi: *Probability: An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2023

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

COMPLEMENTI DI TOPOLOGIA ALGEBRICA E ANALISI DI DATI / ALGEBRAIC TOPOLOGY AND TOPOLOGICAL DATA ANALYSIS

1° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: P. Salvatore

Programma: Complessi simpliciali. Complessi di catene. Gruppi di omologia. Sequenze esatte. Omologia persistente. Applicazioni all'analisi dati

Obiettivi di apprendimento: Apprendimento delle nozioni di base di topologia algebrica e dell'analisi topologica dei dati

Testi consigliati:
H. Edelsbrunner, J. L. Harer: *Computational Topology: An Introduction*, AMS, 2010

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Simplicial complexes. Chain complexes. Homology groups. Exact sequences. Persistent homology. Applications of topological data analysis

Learning objectives: Learning basic notions of algebraic topology and topological data analysis

Text books:
H. Edelsbrunner, J. L. Harer: *Computational Topology: An Introduction*, AMS, 2010

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

CONTROLLO OTTIMO / OPTIMAL CONTROL

1° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: P. Cannarsa (codocente: M. Caponigro)

Programma: Inizio corso - fine Ottobre 2025 - Controllabilità di sistemi lineari, teorema di Kalman e Gramiano. - Stabilizzazione di sistemi lineari. - Parentesi di Lie e loro relazione con i sistemi nonlineari, teorema di Chow-Rashevskii Novembre 2025 Controllo ottimo: - esistenza di minimizzatori (teorema di Filippov); - condizioni necessarie del primo ordine (principio del massimo di Pontryagin). Decembre 2025 - fine del corso - Programmazione dinamica e teoremi di verifica. Regolatore lineare quadratico. - Equazioni Hamilton-Jacobi: il metodo delle caratteristiche. - Soluzioni di viscosità di equazioni a derivate parziali del primo ordine

Obiettivi di apprendimento: acquisire metodologie teoriche e competenze computazionali su controllo ottimo per sistemi descritti da equazioni differenziali ordinarie

Testi consigliati:
P. Cannarsa, F. Gazzola: *Dynamic Optimization for Beginners, with prerequisites and applications*, EMS Publishing House, 2017
J. M. Coron: *Control and nonlinearity*, American Mathematical Society, 2007
J. Zabczyk: *Mathematical control theory*, Birkhäuser, 1995
A. Bressan, B.Piccoli: *Introduction to the mathematical theory of control, Vol. 1.*, Springfield: American institute of mathematical sciences, 2007
E .D. Sontag: *Mathematical control theory: deterministic finite dimensional systems, Vol. 6.*, Springer Science & Business Media, 2013

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Beginning - end of October 2025 - Controllability of linear systems, Kalman's theorem and controllability Gramian. - Stabilization of linear systems. - Lie brackets and their relation with nonlinear systems, Rashevskii-Chow's theorem. November 2025 Optimal control: - existence of minimizer (Filippov's theorem); - first-order necessary conditions (Pontryagin's maximum principle). December 2025 - end of course - Dynamic programming and verification theorems. Linear quadratic regulator. - Hamilton-Jacobi equations: the method of characteristics. - Viscosity solutions of first order partial differential equations

Learning objectives: to acquire theoretical methods and computational skills for optimal control of systems described by ordinary differential equations

Text books:
P. Cannarsa, F. Gazzola: *Dynamic Optimization for Beginners, with prerequisites and applications*, EMS Publishing House, 2017
J. M. Coron: *Control and nonlinearity*, American Mathematical Society, 2007
J. Zabczyk: *Mathematical control theory*, Birkhäuser, 1995
A. Bressan, B.Piccoli: *Introduction to the mathematical theory of control, Vol. 1.*, Springfield: American institute of mathematical sciences, 2007
E .D. Sontag: *Mathematical control theory: deterministic finite dimensional systems, Vol. 6.*, Springer Science & Business Media, 2013

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

EAM 1 - TEORIA SPETTRALE / SPECTRAL THEORY

2° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: D. Guido

Programma: C^*-ALGEBRE: Spettro di un elemento, Raggio spettrale, Ideali e quozienti, C^*-algebre commutative, isomorfismo di Gelfand (circa 16 ore) OPERATORI SU SPAZI DI HILBERT: Lo spettro di un operatore, Operatori limitati normali e le loro C^*-algebre, Funzioni continue di operatori normali, Il teorema spettrale e la diagonalizzazione (circa 12 ore) RAPPRESENTAZIONI DI C^*-ALGEBRE: Misure spettrali, Stati e teorema GNS, Esistenza di stati. (circa 22 ore) ALGEBRE DI VON NEUMANN: Topologia debole e topologia forte su B(H), Teorema di densità di von Neumann e teorema del bicommutante. (circa 12 ore) Operatori chiusi illimitati, spettro e teorema spettrale. (circa 14 ore)

Obiettivi di apprendimento: Lo studente dovrà conoscere gli elementi di base della teoria delle algebre C^* e degli operatori lineari autoaggiunti su spazi di Hilbert complessi, sia nel caso continuo che nel caso di operatori chiusi. Definizione e caratterizzazione delle algebre di von Neumann

Testi consigliati:
W. Arveson: *A Short Course on Spectral Theory*, Springer, 2002
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics. Vol. 1: Functional Analysis*, Academic Press, 1980

Modalità di esame: Prova orale

Program: C^*-ALGEBRAS: Spectrum of an element, spectral radius, Ideals and quotients, commutative C^*-algebras, Gelfand isomorphism. (about 16 hours). OPERATORS ON HILBERT SPACES: spectrum of an operator, Bounded self-adjoint Operators and their C^*-algebras, Continuous functions of normal operators, spectral theorem and diagonalization. (about 12 Hours) REPRESENTATIONS OF C^*-ALGEBRAS: Spectral measures, States and GNS theorem, Existence of states. (about 22 hours) VON NEUMANN ALGEBRAS: weak and strong topology on B(H), von Neumann density theorem, bicommutant theorem. (about 12 Hours) Unbounded closed operators, spectrum and spectral theorem for selfadjoint unbounded operators (about 14 hours)

Learning objectives: The student should know the basic elements of the theory of C^*- algebras and of the theory of linear self-adjoint operators on Hilbert spaces both in the continuous and in the closed unbounded case. The definition of von-Neumann algebra and its caracterizations

Text books:
W. Arveson: *A Short Course on Spectral Theory*, Springer, 2002
M. Reed, B. Simon: *Methods of Modern Mathematical Physics. Vol. 1: Functional Analysis*, Academic Press, 1980

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

EAM 2 - SPAZI DI SOBOLEV E SOLUZIONI DEBOLI / SOBOLEV SPACES AND WEAK SOLUTIONS

2° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Braides

Programma: Teoremi di compattezza in spazi di funzioni. Derivate deboli e distribuzioni. Spazi di Sobolev e loro proprietà. Teoremi di immersione. Formulazione debole delle equazioni ellittiche e teoremi di esistenza in spazi di Sobolev. Applicazioni

Obiettivi di apprendimento: Insegnare i metodi di base della teoria moderna delle equazioni differenziali alle derivate parziali, applicando gli strumenti dell'analisi funzionale e la formulazione debole delle equazioni in spazi di Sobolev

Testi consigliati:
H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010
L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, AMS, 2010

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Compactness theorems in function spaces. Weak derivatives and distributions. Sobolev spaces and their basic properties. Embedding theorems. Weak formulation of elliptic equations and existence theorems in Sobolev spaces. Applications

Learning objectives: Teaching the basic methods of the modern theory of partial differential equations, by using the tools of functional analysis and the weak formulation of the equations in Sobolev spaces

Text books:
H. Brezis: *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*, Springer, 2010
L. C. Evans: *Partial Differential Equations*, AMS, 2010

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

ELEMENTI DI ANALISI NUMERICA / ELEMENTS OF NUMERICAL ANALYSIS

1° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Docente: C. Di Fiore

Programma: Polinomi di Bernoulli, formula di Eulero-Maclaurin, metodi numerici per il calcolo degli autovalori e degli autovettori di matrici, metodo delle potenze, teoria di Perron-Frobenius, l'importanza dei nodi nei grafi orientati (page-rank), metodi di tipo differenze finite per la risoluzione di problemi differenziali e/o migliore approssimazione di una matrice in algebre di bassa complessità

Obiettivi di apprendimento: Approfondire alcuni argomenti specifici della Matematica Numerica

Testi consigliati: Note del corso

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Bernoulli polynomials, Eulero-Maclaurin formula, numerical methods for matrix eigenvalues and eigenvectors computation, power method, Perron-Frobenius theory, the authority of the nodes in oriented graphs (page-rank), difference methods for solving differential problems and/or best approximation of a matrix in low complexity algebras

Learning objectives: Investigate some specific topics of Numerical Mathematics

Text books: Course notes

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

EP 1: CALCOLO STOCASTICO / STOCHASTIC CALCULUS

2° semestre

8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: L. Dello Schiavo

Programma: Si tratta di un corso di calcolo stocastico. In sintesi (per settimane), S1: richiami di elementi di probabilità e teoria della misura; S2: processi stocastici: fatti generali, costruzioni, teorema di continuità Kolmogorov; S3–S5: moto Browniano: misura di Wiener, regolarità, asintotiche, stopping times, Optional Stopping S6–S7: martingale a tempo discreto e continuo; S8: integrali stocastici; formula di Ito; S9–11 equazioni differenziali stocastiche: definizioni, teoria delle soluzioni, esistenza per coefficienti Lipschitz; S12 processi di Markov diffusivi

Obiettivi di apprendimento: Arrivare alla conoscenza, con il supporto di libri di testo avanzati, di alcuni argomenti di calcolo stocastico

Testi consigliati:
P. Baldi: *Stochastic Calculus*, Springer, 2017

Modalità di esame: Prova scritta e orale

Program: This is a stochastic calculus course. In a nutshell (weekly), W1: recap on basic probability and measure theory; W2: stochastic processes: general facts, constructions, Kolmogorov Continuity Theorem; W3–5: Brownian motion: Wiener measure, regularity, asymptotics, stopping times, Optional Stopping Theorem W6–7: discrete and continuous time martingales; W8: stochastic integrals; Itō formula; W9–11 stochastic differential equations: definitions, solution theory, existence for Lipschitz coefficients; W12: diffusive Markov processes

Learning objectives: To get to the knowledge, with the support of advanced textbooks, of some stochastic calculus topics

Text books:
P. Baldi: *Stochastic Calculus*, Springer, 2017

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

EQUAZIONI DIFFERENZIALI / DIFFERENTIAL EQUATIONS

2° semestre

8 CFU – settore MAT/05 – 64 ore di lezione in aula

Docente: R. Peirone

Programma: Il corso sarà essenzialmente basato sull'analisi sui frattali, dopo una breve introduzione sulle equazioni a derivate parziali. I dettagli saranno indicati dopo e nel caso concordati con gli studenti

Obiettivi di apprendimento: Acquisire familiarità con alcuni metodi classici e moderni per lo studio delle equazioni differenziali alle derivate parziali. In particolare verranno considerate equazioni semilineari di tipo ellittico. La comprensione di tali concetti, metodi e teorie, permetterà di affrontare anche contesti potenzialmente differenti da quelli visti a lezione

Testi consigliati:
J. Kigami: *Analysis on fractals*, Cambridge University Press, 2001
Strichartz: *Differential equations on fractals. A tutorial*, Princeton University Press, 2006
R. Peirone: *Self-similar energies on finitely ramified fractals*, World Scientific, 2025

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: The course will be essentially absed on analysis on fractals, after a short introduction to partial differential equations. The details will be given later and possibly discussed with the students

Learning objectives: To learn some classical and modern methods of the analysis of partial differential equations. In particular we will discuss semilinear elliptic equations. The comprehension of such concepts, methods, and theories will enable students to solve problems even in different contexts from those analyzed during the course

Text books:
J. Kigami: *Analysis on fractals*, Cambridge University Press, 2001
Strichartz: *Differential equations on fractals. A tutorial*, Princeton University Press, 2006
R. Peirone: *Self-similar energies on finitely ramified fractals*, World Scientific, 2025

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

FISICA COMPUTAZIONALE

1° semestre

8 CFU – settore FIS/01 – 64 ore di lezione in aula

Docente: N. Tantalo (codocente: F. Guglietta)

Programma: Tecniche di programmazione scientifica; fondamenti di calcolo parallelo su CPU e GPU; i building-blocks dell'analisi numerica: sistemi di equazioni lineari, integrazione di funzioni, minimizzazione, autovalori ed autovettori, trasformata di Fourier e FFT, sistemi di equazioni non lineari; problemi inversi mal-posti: la trasformata di Laplace; inversione di matrici sparse; metodi Monte Carlo per sistemi a molti gradi di libertà: generazione di numeri random, importance sampling e dinamica molecolare, Hybrid Monte Carlo; approccio cinetico alla soluzione numerica delle equazioni di Navier-Stokes

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di consolidare la conoscenza degli studenti delle tecniche algoritmiche alla base dell'analisi numerica; fornire agli studenti una conoscenza approfondita delle moderne tecniche di programmazione scientifica e in particolare delle tecniche di calcolo parallelo; fornire agli studenti gli elementi teorici e numerici necessari allo studio numerico dei sistemi a molti gradi di libertà interagenti. Alla fine del corso gli studenti dovranno essere in grado di scrivere codici numerici in C e/o in FORTRAN, corretti e ragionevolmente efficienti, per: invertire matrici sparse e risolvere problemi inversi (Fourier, Laplace, etc.); fare simulazioni Monte Carlo di sistemi con molti gradi di libertà; risolvere equazioni differenziali stocastiche (Langevin, Fokker-Plank)

Testi consigliati:
L. Barone, E. Morinari, G. Organtini, F. Ricci-Tresenghi: *Programmazione Scientifica*, Pearson Education, 2006
William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling e Brian P. Flannery: *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, 2007
Yousef Saad: *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, SIAM, 2003

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

Program: Scientific programming techniques; fundamentals of parallel computing on CPU and GPU platforms; the building blocks of numerical analysis: systems of linear equations, integration of functions, minimization, eigenvalues and eigenvectors, Fourier transform and FFT, systems of non-linear equations; ill-posed inverse problems: the Laplace transform; inversion of sparse matrices; Monte Carlo methods for systems with many degrees of freedom: generation of random numbers, importance sampling and molecular dynamics, Hybrid Monte Carlo; kinetic approach to numerically solve the Navier-Stokes equations

Learning objectives: The course aims to consolidate students' knowledge of the algorithmic techniques underlying numerical analysis; provide students with in-depth knowledge of modern scientific programming techniques and in particular parallel computing techniques; provide students with the theoretical and numerical elements necessary for the numerical study of interacting systems with many degrees of freedom. At the end of the course, students should be able to write correct and reasonably efficient numerical codes in C and/or FORTRAN to invert sparse matrices and solve inverse problems (Fourier, Laplace, etc.); perform Monte Carlo simulations of systems with many degrees of freedom; solve stochastic differential equations (Langevin, Fokker-Plank)

Text books:
L. Barone, E. Morinari, G. Organtini, F. Ricci-Tresenghi: *Programmazione Scientifica*, Pearson Education, 2006
William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling e Brian P. Flannery: *Numerical Recipes*, Cambridge University Press, 2007
Yousef Saad: *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*, SIAM, 2003

Exam mode: Oral exam and project evaluation

FISICA DEI FLUIDI COMPLESSI E TURBOLENZA

1° semestre

8 CFU – settore FIS/02 – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Chinappi (codocente: L. Biferale)

Programma: Fluidodinamica (6 CFU Prof. Verzicco) 1. Generalità sui fluidi Definizione di fluido, fluidi come sistemi continui, sforzi nei fluidi, viscosità. Grandezze e unità di misura, comprimibilità, equazioni di stato e grandezze termodinamiche. 2. Statica e cinematica dei fluidi Equilibrio di fluidi in quiete comprimibili ed incomprimibili, principio di Archimede e legge di Stevino, atmosfera standard (cenni sui misuratori di pressione). Descrizione Lagrangiana ed Euleriana, derivata materiale. Linee di corrente, traiettorie e 'streaklines'. 3. Dinamica dei fluidi ed equazioni di conservazione Concetto di sistema e volume di controllo, teorema del trasporto di Reynolds, equazione di conservazione della massa equazione di bilancio della quantità di moto, equazione di conservazione dell'energia (forme integrali)

Obiettivi di apprendimento: Il corso fornisce un'introduzione su argomenti di base e avanzati di dinamica dei fluidi. Il filo conduttore del corso è la complessità e le metodologie per affrontarla. Gli esempi selezionati saranno scelti in un'ottica di maggiore e maggiore complessita' con l'avanzare degli argomenti, verranno trattati i seguenti argomenti: equilibrio idrodinamico, derivazione equazioni del moto, soluzioni laminari e in geometrie semplice, flussi di parete, moti turbolenti per fluidi semplici

Testi consigliati:
U. Frisch: *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, 1995
S. B. Pope: *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2000
Note del corso

Modalità di esame: Prova orale

Program: Fluid Dynamics (6 CFU Prof. Verzicco) 1. General information on fluids Definition of fluid, fluids as continuous systems, stresses in fluids, viscosity. Quantities and units of measurement, compressibility, equations of state and thermodynamic quantities. 2. Statics and kinematics of fluids Equilibrium of fluids at rest, compressible and incompressible, Archimedes' principle and Stevino's law, standard atmosphere (notes on pressure gauges). Lagrangian and Eulerian description, material derivative. Streamlines, trajectories and 'streaklines'. 3. Fluid dynamics and conservation equations Concept of system and control volume, Reynolds transport theorem, mass conservation equation, momentum balance equation, energy conservation equation (integral forms) 4. Exact solutions of the Navier-Stokes equations Plane solutions

Learning objectives: The course provides an introduction to basic and advanced topics in fluid dynamics. The underlying theme of the course is complexity and the methodologies to address it. The selected examples will be chosen with a view to increasing complexity as the topics advance, the following topics will be covered: hydrodynamic equilibrium, derivation of equations of motion, laminar and simple geometry solutions, wall flows, turbulent flows for simple fluids

Text books:
U. Frisch: *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*, Cambridge University Press, 1995
S. B. Pope: *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, 2000
Course notes

Exam mode: Oral exam

GEOMETRIA ALGEBRICA / ALGEBRAIC GEOMETRY

2° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Flamini

Programma: Non ci sono differenze di contenuto nel programma del corso tra studenti frequentanti e non frequentanti. Il programma corso riguarda argomenti relativi ad un corso introduttivo alla Geometria Algebrica, basato sullo studio delle varietà algebriche; le principali aree trattate nel corso dell'insegnamento sono qui di seguito elencate, in maniera schematica e completa, integrate da una scansione temporale in cui esse verranno discusse

* Premesse algebriche: anelli noetheriani, nozioni di finitezza di IK-algebre, anelli graduati ed ideali omogenei, anelli locali e localizzazione di anelli rispetto a sistemi moltiplicativi, prefasci e fasci di moduli su uno spazio topologico. (10 ore)

* Spazio affine: insiemi algebrici affini e topologia di Zariski. Ideali radicali. Teoremi degli zeri di Hilbert: forma debole e forma forte. Irriducibilita' e Noetherianità topologica. Varieta' affini. Ideale ed anello delle coordinate di una varietà affine. (10 ore)

* Spazio proiettivo: Insiemi algebrici proiettivi e topologia di Zariski. Ideali omogenei radicali. Teoremi degli zeri di Hilbert omogenei: forma debole e forma forte. Irriducibilita' e Noetherianità topologica. Varieta' proiettive e varietà quasi-proiettive. Ideale omogeneo ed anello graduato delle coordinate omogenee di una varietà proiettiva. (10 ore)

* Varieta' algebriche: anelli di funzioni regolari e campo di funzioni razionali su una varietà algebrica. Fascio strutturale di una varietà algebrica. (8 ore)

* Morfismi tra varietà algebriche. Isomorfismi di varietà algebriche. Invarianti algebrici per le classi di isomorfismo di varietà algebriche. Morfismi dominanti. Morfismo di Veronese: conseguenze geometriche su sistemi lineari di ipersuperfici di dato grado in uno spazio proiettivo. (8 ore)

* Prodotti di varietà algebriche. Varieta' di Segre. Conseguenze su varietà diagonale in un prodotto, sul grafico di un morfismo e sul prodotto cartesiano di morfismi. Ricoprimenti in aperti affini di varietà algebriche. Completezza delle varieta' proiettive. (6 ore)

* Applicazioni razionali dominanti ed applicazioni birazionali tra varietà algebriche. Varietà algebriche birazionalmente equivalenti. Varietà razionali. Invarianti algebrici per le classi di equivalenza birazionale di varietà algebriche. Modello birazionale di una varietà algebrica. (8 ore)

* Scoppiamento di uno spazio proiettivo in un punto. Scioglimento di singolarita' di curve piane mediante scoppiamenti. (4 ore)

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire agli/alle studenti/studentesse un'introduzione ai concetti basilari di Geometria Algebrica, quali ad esempio le nozioni di varietà algebriche e della loro topologia di Zariski, di funzioni regolari e razionali su esse definite cosiccome dei morfismi e delle applicazioni razionali che le relazionano

Testi consigliati:
F. Flamini: *A First Course in Algebraic Geometry and Algebraic Varieties*, World Scientific, 2023

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: There are no differences in the course content between attending and non-attending students. The course program covers topics related to an introductory course in Algebraic Geometry, based on the study of algebraic varieties. The main areas addressed in the course are listed below in a schematic and comprehensive manner, along with an approximate timeline for when they will be discussed:

* Algebraic preliminaries: Noetherian rings, finiteness notions of IK-algebras, graded rings and homogeneous ideals, local rings and localization of rings with respect to multiplicative systems, presheaves and sheaves of modules on a topological space. (10 hours)

* Affine space: Affine algebraic sets and Zariski topology. Radical ideals. Hilbert's Nullstellensatz: weak and strong forms. Irreducibility and topological Noetherianity. Affine varieties. Ideal and coordinate ring of an affine variety. (10 hours)

* Projective space: Projective algebraic sets and Zariski topology. Homogeneous radical ideals. Homogeneous Hilbert's Nullstellensatz: weak and strong forms. Irreducibility and topological Noetherianity. Projective and quasi-projective varieties. Homogeneous ideal and graded ring of homogeneous coordinates of a projective variety. (10 hours)

* Algebraic varieties: Rings of regular functions and field of rational functions on an algebraic variety. Structure sheaf of an algebraic variety. (8 hours)

* Morphisms between algebraic varieties: isomorphisms of algebraic varieties. Algebraic invariants for isomorphism classes of algebraic varieties. Dominant morphisms. Veronese morphism: geometric consequences on linear systems of hypersurfaces of a given degree in projective space. (8 hours)

* Products of algebraic varieties: Segre varieties. Consequences on the diagonal variety in a product, on the graph of a morphism and on the product of morphisms. Coverings by affine open subsets of algebraic varieties. Completeness of projective varieties. (6 hours)

* Dominant rational maps and birational maps between algebraic varieties: birationally equivalent algebraic varieties. Rational varieties. Algebraic invariants for birational classes of algebraic varieties. Birational model of an algebraic variety. (8 hours)

* Blow-up of a projective space at a point. Resolution of singularities of plane curves via blow-ups. (4 hours)

Learning objectives: The course aims to provide students with an introduction to the fundamental concepts of Algebraic Geometry, such as the notions of algebraic varieties and their Zariski topology, regular and rational functions defined on them, as well as morphisms and rational maps relating them

Text books:
F. Flamini: *A First Course in Algebraic Geometry and Algebraic Varieties*, World Scientific, 2023

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

GEOMETRIA COMPLESSA / COMPLEX GEOMETRY

2° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Rapagnetta

Programma: Richiami su varietà differenziabili e geometria Riemanniana, varietà complesse, varietà proiettive complesse. Fasci su varietà complesse. Coomologia dei fasci. Deformazioni

Obiettivi di apprendimento: Introdurre lo studente alla geometria delle varietà Kahleriane

Testi consigliati:
C. Voisin: *Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry*, Cambridge University Press, 2002

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Summary of differentialble manifolds, Riemannian geometry and Complex manifolds. Sheaves and cohomology of sheaves. Deformations

Learning objectives: Introduce the student to the methods of complex manifolds

Text books:
C. Voisin: *Hodge Theory and Complex Algebraic Geometry*, Cambridge University Press, 2002

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

GEOMETRIA DIFFERENZIALE / DIFFERENTIAL GEOMETRY

2° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: A. Iannuzzi

Programma: Gruppi topologici. Elementi della teoria di Lie, mappa esponenziale, rappresentazioni aggiunte. Varietà Riemanniane. Connessioni affini, connessione di Levi Civita. Geodetiche e mappa esponenziale Riemanniana. Nozioni di curvature. Campi di Jacobi. Varietà Riemanniane complete, teoremi di Hopf e di Hadamard. Spazi a curvatura sezionale costante. Teorema di Bonnet-Myers: la topologia dei gruppi di Lie con metrica bi-invariante

Obiettivi di apprendimento: Acquisire dimestichezza con argomenti di base di geometria riemanniana e teoria dei gruppi di Lie

Testi consigliati:
M. P. do Carmo: *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, 1992
S. Gallot, D. Hulin, J. LaFontaine: *Riemannian Geometry*, Springer, 2004
W. M. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 1975
M. Abate, F. Tovena: *Geometria differenziale*, Springer-Verlag Italia 2011
Note di Mauro Nacinovich

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Topological groups. Elements of Lie theory, exponential map, adjoint representations. Riemannian manifolds. Affine and Levi Civita connections. Geodesic and Riemannian exponential map. Notions of curvature. Jacobi fields. Complete Riemannian manifolds. Hopf and Hadamard's theorems. Spaces of constant sectional curvature. Bonnet-Myers theorem and the topology of Lie groups admitting a bi-invariant metric

Learning objectives: An introduction to Riemannian geometry and the theory of Lie groups

Text books:
M. P. do Carmo: *Riemannian Geometry*, Birkhäuser, 1992
S. Gallot, D. Hulin, J. LaFontaine: *Riemannian Geometry*, Springer, 2004
W. M. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 1975
M. Abate, F. Tovena: *Geometria differenziale*, Springer-Verlag Italia 2011
Mauro Nacinovich's notes

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

HIGH DIMENSIONAL PROBABILITY

1° semestre

8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Salvi

Programma: Verranno trattati argomenti scelti di probabilità e statistica in alta dimensione. Verrà dato particolare risalto all'applicazione di tecniche avanzate a problemi applicati in diversi campi. Gli argomenti principali del corso includono: - disuguglianze di concentrazione (2 settimane); - vettori aleatorî e matrici aleatorie in alta dimensione, con applicazioni a grafi aleatori e teoria dell'informazione (3 settimane); - concentrazioni di funzioni Lipschitziane, con applicazioni a problemi di riduzione della dimensione in data science e alla stima della covarianza (1 settimana); - processi stocastici gaussiani e subgaussiani, con applicazione a reti neurali (2 settimane); - geometria stocastica e tecnica del chaining, con applicazioni allo statistical learning (3 settimane)

Obiettivi di apprendimento: Il corso si prefigge di fornire agli studenti strumenti avanzati della moderna teoria delle probabilità e della statistica in alta dimensione e di illustrarne numerose applicazioni (tra cui machine learning, statistical learning e data science). L'obiettivo è quello di rendere gli studenti indipendenti nell'utilizzo di tali tecniche in modo che possano a loro volta adattarle a problemi ed a contesti differenti.

Testi consigliati:
Roman Vershynin: *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science*, Cambridge University Press, 2018
Martin J. Wainwright: *High-Dimensional Statistics: A Non-Asymptotic Viewpoint*, Cambridge University Press, 2019

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: We will treat a selection of topics in high dimensional probability and statistics. We will put a particular emphasis on the application of advanced techniques to problems arising from different fields. The main topics of the course include: - concentration inequalities (2 weeks); - random vectors and random matrices in high-dimension, with applications to random graphs and information theory (3 weeks); - concentration of Lipschitz functions, with applications to dimensionality reduction problems in data science and covariance estimation (1 week); - Gaussian and sub-Gaussian stochastic processes, with applications to neural networks (2 weeks); - stochastic geometry and the chaining technique, with applications to statistical learning (3 weeks)

Learning objectives: In this course we will learn advanced tools from modern probability theory and statistics in high dimension and apply them to problems in a number of fields (such as machine learning, statistical learning and data science). The final goal is to make the student able to master those tools in order to flexibly apply them in different contexts

Text books:
Roman Vershynin: *High-Dimensional Probability: An Introduction with Applications in Data Science*, Cambridge University Press, 2018
Martin J. Wainwright: *High-Dimensional Statistics: A Non-Asymptotic Viewpoint*, Cambridge University Press, 2019

Exam mode: Oral exam and project evaluation

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

INTRODUZIONE ALLE VARIETÀ DIFFERENZIABILI / INTRODUCTION TO DIFFERENTIABLE MANIFOLDS

1° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Bracci

Programma: Varietà topologiche e differenziabili. Funzioni e mappe lisce su varietà. Vettori tangenti, fibrato tangente e differenziale di mappe. Sommersioni, immersioni, embedding, sottovarietà. Teorema di Whitney (caso compatto). Gruppi di Lie, azioni e quozienti, spazi omogenei. Campi vettoriali, parentesi di Lie, algebre di Lie. Flussi di campi vettoriali, derivate di Lie, campi che commutano. Teorema di Frobenius e applicazioni. Tensori, forme differenziali, differenziale esterno, orientazione di varietà, integrazione di forme differenziali, Teorema di Stokes. Fanno parte integrante del programma anche gli esercizi assegnati settimanalmente

Obiettivi di apprendimento: Alla fine del corso, lo studente dovrà aver acquisito le nozioni di base della geometria differenziale e dovrà essere in grado di applicarle alla risoluzione dei problemi assegnati durante il corso

Testi consigliati:
J. M. Lee: *Introduction to Smooth Manifolds*, Springer, 2013
M. Abate, F. Tovena: *Geometria Differenziale*, Springer, 2011

Modalità di esame: Prova orale

Bibliografia di riferimento:
W. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 2003
F. Warner: *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*, Springer, 1969

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Topological and smooth manifolds. Functions and maps on manifolds. Tangent vectors, tangent bundle and differential of maps. Submersion, immersions, embeddings, submanifolds. Whitney's theorem (compact case). Lie groups, actions and quotients, homogeneous spaces. Vector fields, Lie brackets, Lie algebras. Flow of a vector field, Lie derivatives, commuting vector fields. Frobenius theorem and applications. Tensors, differential forms, exterior differentiation, orientation of a manifold, integration of a differential form, Stokes Theorem. The program also includes the exercises assigned weekly

Learning objectives: At the end of the course the student should have acquired the basic notions of differential geometry and be able to apply them to the solution of the problems assigned during the course

Text books:
J. M. Lee: *Introduction to Smooth Manifolds*, Springer, 2013
M. Abate, F. Tovena: *Geometria Differenziale*, Springer, 2011

Exam mode: Oral exam

Reference bibliography:
W. Boothby: *An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry*, Academic Press, 2003
F. Warner: *Foundations of Differentiable Manifolds and Lie Groups*, Springer, 1969

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

LABORATORIO DI CALCOLO / LABORATORY CALCULUS

1° semestre

4 CFU – settore INF/01 – 40 ore di lezione in aula

Docente: H. Speleers

Programma: Il corso intende fornire un'introduzione al sistema Python per il calcolo scientifico. Saranno affrontati i seguenti aspetti: 1. Python, un linguaggio di programmazione general purpose; interpretato e scritto dinamicamente quindi molto adatto ad una programmazione interattiva e ad una prototipazione veloce pur essendo sufficientemente potente per affrontare applicazioni di larga scala. 2. NumPy, il package fondamentale per il calcolo. 3. Matplotlib, un package per la grafica in 2D con estensioni per semplici grafici 3D. 4. SciPy, una collezione di algoritmi numerici. 5. SymPy, un package per il calcolo simbolico e la computer algebra

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire conoscenze di base per l'uso di software scientifico per lo studio e la risoluzione di problemi di matematica avanzata

Testi consigliati:
G. Varoquaux, E. Gouillart, O. Vahtras, et al.: *Scientific Python Lectures*

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

L'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program: The course aims to provide an introduction to the Python ecosystem for scientific computing. The following aspects will be addressed: 1. Python, a general purpose programming language; it is interpreted and dynamically typed and is very suited for interactive work and quick prototyping, while being powerful enough to write large applications in. 2. NumPy, the fundamental package for numerical computation. 3. Matplotlib, a mature package for 2D plotting as well as basic 3D plotting. 4. SciPy, a collection of numerical algorithms. 5. SymPy, a package for symbolic mathematics and computer algebra

Learning objectives: The course aims at the ability to use scientific software for the analysis and solution of advanced mathematical problems

Text books:
G. Varoquaux, E. Gouillart, O. Vahtras, et al.: *Scientific Python Lectures*

Exam mode: Oral exam and project evaluation

Lectures will be given in English

LABORATORIO DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA / MATHEMATICS EDUCATION LABORATORY

1° semestre

8 CFU – settore MAT/04 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Tovena

Programma: Vengono analizzati i principali testi in letteratura che discutono il ruolo della didattica laboratoriale, della relativa progettazione e valutazione, con speciale attenzione alle indicazioni nazionali per la matematica relative alla scuola secondaria di primo e secondo grado e alle informazioni fornite dai recenti studi in neuroscienze. A partire dallo studio di testi di matematica si propongono attivita' laboratoriali in cui si valorizza il legame tra aritmetica e geometria e si pone l'attenzione sugli aspetti didattici e multidisciplinari. Si trattano, tra l'altro: la nozione di numero, il concetto di commensurabilita' e gli insiemi numerici; l'estensione; applicazioni fisico-matematiche. Gli studenti interessati possono svolgere 3CFU di tirocinio scolastico all'interno dell'insegnamento

Obiettivi di apprendimento: Delineazione degli aspetti significativi del ruolo del laboratorio all'interno del processo di insegnamento/apprendimento della matematica nella scuola secondaria. Sperimentazione di esempi e discussione sui criteri della loro progettazione. Valorizzazione del legame tra algebra e geometria, della storia della matematica e dei legami interdisciplinari

Testi consigliati:
Note del corso
L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia: *Euclide, il I Libro degli Elementi*, Carocci Editore, 2017
M. Montessori: *Psicogeometria*, Opera Nazionale Montessori, 2012

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: The main texts in the literature discussing the role of laboratory teaching, its design and evaluation are analysed, with special attention paid to the national indications for mathematics for primary and secondary schools and the information provided by recent studies in neuroscience. Starting from the study of mathematics texts, laboratory activities are proposed in which the link between arithmetic and geometry is emphasised and the didactic and multidisciplinary aspects are highlighted. The following are dealt with, among others: the notion of number, the concept of commensurability and number sets; extension; physical-mathematical applications. Interested students can carry out 3CFU of school internship within the teaching

Learning objectives: Outlining the significant aspects of the role of the laboratory within the teaching/learning process of mathematics in the secondary school. Experimentation with examples and discussion of the criteria for their design. Enhancement of the link between algebra and geometry, the history of mathematics and interdisciplinary links

Text books:
Course notes
L. Russo, G. Pirro, E. Salciccia: *Euclide, il I Libro degli Elementi*, Carocci Editore, 2017
M. Montessori: *Psicogeometria*, Opera Nazionale Montessori, 2012

Exam mode: Oral exam and project evaluation

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

MACHINE LEARNING

2° semestre

9 CFU – settore INF/01 – 72 ore di lezione in aula

Docente:

Programma:

Obiettivi di apprendimento:

Testi consigliati:

Modalità di esame:

Program:

Learning objectives:

Text books:

Exam mode:

MECCANICA ANALITICA E CELESTE / CELESTIAL MECHANICS AND DYNAMICAL SYSTEMS

2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 64 ore di lezione in aula

Docente: G. Pucacco

Programma: Richiami di Meccanica Hamiltoniana. Integrabilità, integrali primi, simmetrie. Non integrabilità, instabilità, caos. Metodi analitici e numerici per lo studio di sistemi dinamici Hamiltoniani. Problema dei due corpi. Problema dei tre corpi. Problema degli N corpi. Moto in potenziali assegnati

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento è volto a fornire una introduzione al problema degli N corpi autogravitanti. Sono inoltre sviluppate applicazioni in Meccanica Celeste e Dinamica Galattica

Bibliografia di riferimento:
D. Boccaletti, G. Pucacco: *Theory of Orbits*, Springer, 1999
L. D. Landau, E. M. Lifshitz: *Mechanics*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1976

Modalità di esame: Prova scritta e orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Review of Hamiltonian mechanics. Integrability, first integrals, simmetries. Non-integrability, instability, chaos. Analytical and numerical methods for the study of Hamiltonian dynamical systems. Two-body problem. Three-body problem. N-body problem. Motion in assigned potentials

Learning objectives: The course aims at providing the students with an introduction to the problem of N self-gravitating bodies. Applications in Celestial Mechanics and Galactic Dynamics are shown

Reference bibliography:
D. Boccaletti, G. Pucacco: *Theory of Orbits*, Springer, 1999
L. D. Landau, E. M. Lifshitz: *Mechanics*, Butterworth-Heinemann, Oxford, 1976

Exam mode: Written and oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

MECCANICA STATISTICA 2

1° semestre

6 CFU – settore FIS/03 – 48 ore di lezione in aula

Docente: L. Biferale (codocente: F. Guglietta)

Programma: Equazioni di Navier-Stokes. Teoria cinetica. Equazione di Boltzmann: teoria continua e discreta. Entropia e teorema H. (prima parte del programma 2 CFU) Limite idrodinamico. Algoritmi numerici per la risoluzione dell'equazione di Boltzmann e delle equazioni di Navier-Stokes. (seconda parte del programma 2 CFU) Elementi di meccanica statistica fuori dall'equilibrio per fluidi turbolenti. Equazioni di Burgers. (terza parte del programma 2 CFU)

Obiettivi di apprendimento: Il corso è volto a fornire una preparazione avanzata nel campo della Meccanica Statistica di equilibrio e di non-equilibrio, con conoscenze di argomenti specialistici della recente ricerca nel settore. Gli obiettivi formativi prevedono la conoscenza avanzata della fisica delle transizioni di fase e dell'equazione di Boltzmann, e dei metodi matematici e numerici per il loro studio. Capacità di risolvere problemi generali nel settore

Testi consigliati:
Note del corso
C. Cercignani: *The Boltzmann Equation and Its Applications*, Springer, 1988
G. Gallavotti: *Meccanica Statistica*, Quaderni del CNR n. 50, 1995
K. Huang: *Statistical Mechanics*, Wiley, 1963
S. K. Ma: *Statistical Mechanics*, Wspc, 1985
A. Alexakis, L. Biferale: *Cascades and Transitions in Turbulent Flows*, Phys. Rep. 767, 2018, pp. 1–101
T. Krüger et al.: *The Lattice Boltzmann Methods: Principles and Practice*, Springer, 2016

Modalità di esame: Prova orale

Program: Navier-Stokes equations. Kinetic theory. Boltzmann equation: continuum and discrete theory. Entropy and H-theorem. Hydrodynamic limit. (first part 2 CFU) Numerical algorithms for solving Boltzmann and Navier-Stokes equations. (second part 2 CFU) Elements of out-of-equilibrium statistical mechanics for turbulent fluids. Burgers equations. (third part 2 CFU)

Learning objectives: The course is aimed at providing advanced preparation in the field of Statistical Mechanics of equilibrium and non-equilibrium, with knowledge of specialized topics of recent research in the field. The educational objectives include advanced knowledge of the physics of phase transitions and the Boltzmann equation, and mathematical and numerical methods for their study. Ability to solve general problems in the field

Text books:
Course notes
C. Cercignani: *The Boltzmann Equation and Its Applications*, Springer, 1988
G. Gallavotti: *Meccanica Statistica*, Quaderni del CNR n. 50, 1995
K. Huang: *Statistical Mechanics*, Wiley, 1963
S. K. Ma: *Statistical Mechanics*, Wspc, 1985
A. Alexakis, L. Biferale: *Cascades and Transitions in Turbulent Flows*, Phys. Rep. 767, 2018, pp. 1–101
T. Krüger et al.: *The Lattice Boltzmann Methods: Principles and Practice*, Springer, 2016

Exam mode: Oral exam

MECCANICA SUPERIORE 1 / ADVANCED MECHANICS 1

2° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 64 ore di lezione in aula

Docente: Rafael Leon Greenblatt

Programma: Panoramica della termodinamica e ensemble statistici (8 ore). Modello di Curie-Weiss come modello di campo medio (8 ore). Il modello di Ising: soluzione ed assenza di transizioni di fase in una dimensioni (8 ore), presenza e struttura di transizioni di fase in 2 o più dimensioni (16 ore). Misure di Gibbs a volume infinito e ordine a lungo raggio (8 ore). Modelli di spin continui (Heisenberg e varianti): il teorema di Mermin e Wagner (8 ore), dimostrazione di rottura di simmetria tramite positività per riflesso (8 ore)

Obiettivi di apprendimento: Questo corso è pensato come introduzione allo studio matematico di meccanica statistica, una teoria fisica del comportamento globale di sistemi con numeri molto grandi di componenti interagenti identici, in particolare tramite stati di equilibrio. Esporrò la formulazione matematica dei concetti fondamentali della meccanica statistica classica (come misure di Gibbs, transizioni di fasi, ed il limite termodinamico) ed alcune delle tecniche più frequentemente applicate a tali concetti nel contesto di modelli sul reticolo comunemente usati fra quali il modello di Ising, gas reticolare, ed il modello classico di Heisenberg. Il corso dovrebbe aiutare gli studenti a leggere e studiare autonomamente la letteratura scientifica correlata, ad applicare le tecniche studiate a problemi in questo ed altri campi, e spiegare il contesto di dimostrazioni matematiche

Testi consigliati:
S. Friedli e Y. Velenik: *Statistical Mechanics of Lattice Systems: a Concrete Mathematical Introduction*, Cambridge University Press, 2017

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Review of thermodynamics and statistical ensembles (8 hours). Curie-Weiss model as a mean-field model (8 hours). The Ising model: solution and absence of phase transition in 1 dimension (8 hours), presence and structure of phase transitions in 2 or more dimensions (16 hours). Infinite volume Gibbs measures and long-range order (8 hours). Continuous spin models (the Heisenberg model and relatives): the Mermin-Wagner theorem (8 hours), proof of symmetry breaking via reflection positivity (8 hours)

Learning objectives: This course is intended as an introduction to the mathematical study of statistical mechanics, a physical theory of the global description of systems with very large numbers of interchangeable interacting component parts, especially the description of equilibrium states. I will discuss the mathematical formulation of the fundamental notions of classical statistical mechanics (such as Gibbs measures, phase transitions, and the thermodynamic limit) and some of the most common techniques used to apply them in the context of widely-used lattice models such as the Ising model, lattice gasses, and the classical Heisenberg model.

The course is also intended to improve students' abilities to read and study the scientific literature in the area on their own, to apply the techniques to solve problems in this and other fields, and to explain the context of mathematical proofs

Text books:
S. Friedli e Y. Velenik: *Statistical Mechanics of Lattice Systems: a Concrete Mathematical Introduction*, Cambridge University Press, 2017

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

METODI DI OTTIMIZZAZIONE PER BIG DATA

2° semestre

9 CFU – settore MAT/09 – 90 ore di lezione in aula

Docente: A. Cristofari

Programma: Introduzione all'ottimizzazione e richiami di analisi matematica (circa 10 ore) Algoritmi di ottimizzazione non vincolata (circa 55 ore) Modelli e metodi di machine learning (circa 25 ore)

Obiettivi di apprendimento: L'obiettivo del corso è illustrare i concetti fondamentali e alcuni algoritmi per l' ottimizzazione non lineare, con particolare attenzione all'applicazione nel campo del machine learning

Testi consigliati:
Note del corso

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

Program: Introduction to optimization and review of calculus (about 10 hours) Unconstrained optimization algorithms (about 55 hours) Models and methods for machine learning (about 25 hours)

Learning objectives: The aim of the course is to describe the fundamental concepts and some algorithms for nonlinear optimization, with specific attention to applications in the field of machine learning

Text books:
Course notes

Exam mode: Written exam and project evaluation

METODI E MODELLI DEI MERCATI FINANZIARI / METHODS AND MODELS FOR FINANCIAL MARKETS

1° semestre

8 CFU – settore SECS-S/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: L. Caramellino

Programma: Il corso si propone lo studio dei modelli continui in tempo e in spazio per la descrizione dei mercati finanziari, con particolare riferimento ai due problemi fondamentali in finanza: prezzo e copertura di opzioni. La prima parte del corso (circa 10 ore) è dedicata a richiami ed approfondimenti di calcolo stocastico (processi di Markov, teorema di Girsanov, teoremi di rappresentazione delle martingale browniane, diffusioni e formule di rappresentazione alla Feymnan-Kac). Successivamente vengo introdotti i modelli continui (modelli di Itô, processi di diffusione) per la finanza, le strategie di gestione, l'arbitraggio e la completezza del mercato (circa 20 ore). Particolare enfasi è data al modello di Black e Scholes e alla risoluzione di problemi inerenti a questo modello (circa 10 ore). La parte finale del corso è dedicata ai metodi numerici Monte Carlo in finanza (circa 8 ore). L'ultima parte del corso sarà scelta, sulla base degli interessi degli studenti, tra i seguenti argomenti: tassi di interesse, opzioni americane, calcolo di Malliavin e applicazioni in finanza (circa 16 ore)

Obiettivi di apprendimento: Comprensione del linguaggio proprio della finanza matematica; conoscenza dei modelli continui per la finanza, in particolare per la risoluzione dei problemi legati alle opzioni (calcolo del prezzo e della copertura); capacità di istituire collegamenti con materie collegate (analisi, geometria, linguaggi di programmazione etc.) e con problemi provenienti dal mondo reale; risoluzione numerica di problemi reali tramite costruzione di algoritmi, anche Monte Carlo

Testi consigliati:
P. Baldi: *Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2017
D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*, Chapman & Hall, 2008
P. Glasserman: *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer, 2004
D. Lamberton: *Optimal Stopping and American Options*, Ljubljana Summer School on Financial Mathematics, 2009
D. Brigo, A. Dalessandro, M. Neugebauer, F. Triki: *A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management*, Journal of Risk Management in Financial Institutions 2(4), 2008-2009
Dispense del Corso sui Metodi Monte Carlo in Finanza
Dispense del Corso sul Calcolo di Malliavin e le Sue Applicazioni alla Finanza

Modalità di esame: Prova orale e valutazione di progetto

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: The course aims to study continuous models in time and space for the description of financial markets, with particular reference to the two fundamental problems in finance: pricing and hedging options. Firstly (about 10 hours), special topics on stochastic calculus are recalled and developed (Markov processes, Girsanov's theorem, representation theorems of Brownian martingales, diffusion processes and Feymnan-Kac-style representation formulas). Then (about 20 hours), continuous models in finance are introduced (Itô models, diffusion processes) and trading strategies, arbitrage and market completeness are studied. A special emphasis is given to problems on the Black and Scholes model (about 10 hours). The final part of the course deals with Monte Carlo numerical methods in finance (about 8 hours). The very last part of the course will be chosen, on the basis of the students' interests, among the following topics: interest rates, American options, Malliavin calculus and applications in finance (about 16 hours)

Learning objectives: Understanding of the language of mathematical finance; knowledge of continuous models for finance, in particular for solving options related problems (price and hedging); ability to establish links with related subjects (analysis, geometry, programming languages, etc.) and with problems from the real world; numerical resolution of real problems through the construction of algorithms, including Monte Carlo ones

Text books:
P. Baldi: *Stochastic Calculus. An Introduction Through Theory and Exercises*, Springer, 2017

D. Lamberton, B. Lapeyre: *Introduction to Stochastic Calculus Applied to Finance*, Chapman & Hall, 2008
P. Glasserman: *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*, Springer, 2004
D. Lamberton: *Optimal Stopping and American Options*, Ljubljana Summer School on Financial Mathematics, 2009
D. Brigo, A. Dalessandro, M. Neugebauer, F. Triki: *A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management*, Journal of Risk Management in Financial Institutions 2(4), 2008-2009
Lecture Notes on Monte Carlo Methods in Finance
Lecture Notes on Malliavin Calculus and Applications to Finance

Exam mode: Oral exam and project evaluation

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

NATURAL LANGUAGE PROCESSING

1° semestre

6 CFU – settore ING-INF/05 – 48 ore di lezione in aula

Docente: F. Zanzotto

Programma: Introduzione e la sfida delle macchine parlanti

Il Linguaggio: modelli e teorie linguistiche

Modelli Linguistici e Sistemi

- Come determinare che un modello è corretto e un sistema è efficace: inter-annotation agreement e statistical significance

- Automi a stati finiti e trasduttori per la morfologia (appunti per la lezione): software Xerox Finite State Transducers - Elaborazione sintattica con le grammatiche context-free - - Parsing con le grammatiche context-free - - Feature Structures e Unificazione - - Tree Adjoining Grammars - - Modular and Lexicalized Parsing - - Probabilistic context-free grammar

- Semantica - - Rappresentazione semantica simbolica: Introduzione a WordNet e FrameNet - - Lambda Calcolo per la semantica del linguaggio naturale - - Rappresentazione semantica distribuzionale

- Textual Entailment Recognition

- Cenni di Rappresentazione Simbolica Distribuita per Reti Neurali

Obiettivi di apprendimento: Il corso si propone di introdurre lo studente agli scopi, alle principali problematiche e ai principali modelli simbolici dell'elaborarazione del linguaggio naturale

Testi consigliati:
D. Jurafsky, J. H. Martin: *Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition*, 3rd Edition
I. Dagan, D. Roth, M. Sammons, F. M. Zanzotto: *Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23*, Morgan & Claypool Publishers, 2013

Modalità di esame: Prova orale e prova pratica

Program: Introduction to NLP and to the challenge of talking machines.

The language: linguistic models and theories

Linguistic models and systems.

- How to determine that a model is correct and a system is effective: inter-annotation agreement and statistical significance - Morpholgy: Finite state automaton and transducers - Syntactic analysis with context-free grammars - - Parsing with context-free grammars - - Feature Structures and Unification - - Tree Adjoining Grammars - - Modular and Lexicalized Parsing - - Probabilistic context-free grammar

- Semantics - - Symbolic Semantic Representation: WordNet and FrameNet - - Lambda Calcolus for natural languagte semantics - - Distributional semantics

- Textual Entailment Recognition

- Distributed Representations of Discrete Symbolic Representations for Neural Networks

Learning objectives: The course introduces the common practices and the common models of natural language processing

Text books:
D. Jurafsky, J. H. Martin: *Speech and Language Processing: An Introduction to Natural Language Processing, Computational Linguistics, and Speech Recognition*, 3rd Edition
I. Dagan, D. Roth, M. Sammons, F. M. Zanzotto: *Recognizing Textual Entailment: Models and Applications, Synthesis Lectures on Human Language Technologies #23*, Morgan & Claypool Publishers, 2013

Exam mode: Oral exam and project task

NUMERICAL METHODS FOR COMPUTER GRAPHICS IN JAVA

1° semestre

8 CFU – settore MAT/08 – 64 ore di lezione in aula

Docente: H. Speleers

Programma: La computer graphics è largamente utilizzata nell'industria cinematografica e dei video giochi. Il corso ha lo scopo di fornire le tecniche di base della computer graphics ed un'introduzione alla programmazione in Java. Il corso è formato da tre parti. Parte 1. Introduzione a Java e alla programmazione orientata agli oggetti: elementi di base della programmazione in Java, classi e oggetti, ereditarietà e polimorfismo, contenitori. Parte 2. Cenni all'analisi di algoritmi: correttezza e complessità. Parte 3. Principi della computer graphics: fondamenti del rendering pipeline, traformazioni matematiche per la grafica, illuminazione e ombreggiatura, ray-tracing

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di: - fornire conoscenze di base delle tecniche di computer graphics per le applicazioni nel modelling e nella visualizzazione; - mettere gli studenti in grado di implementare programmi per problemi di media dimensione in Java seguendo una programmazione orientata agli oggetti

Testi consigliati:
B. Eckel: *Thinking in JAVA*, 4th Edition, Prentice Hall, 2006
F. S. Hill, S. M. Kelley: *Computer Graphics Using OpenGL*, 3rd Edition, Prentice Hall, 2006

Modalità di esame: Prova scritta e valutazione di progetto

L'insegnamento sarà erogato in lingua inglese

Program: Computer graphics is widely used in the video game and movie industry. The goal of this course is to provide some basic techniques in computer graphics and to give an introduction to the programming language Java. The course consists of three parts. Part 1. Introduction to Java as an object-oriented programming language: basic Java programming, classes and objects, inheritance and polymorphism, containers. Part 2. Basic reasoning about algorithms: correctness and complexity. Part 3. Principles of computer graphics: basic rendering pipeline, transformations in graphics, lightning and shading, ray-tracing

Learning objectives: The course aims to provide: - insight in the basic computer graphics techniques for modelling and visualization applications; - the ability to implement small to medium-sized problems in an object-oriented programming language as Java

Text books:
B. Eckel: *Thinking in JAVA*, 4th Edition, Prentice Hall, 2006
F. S. Hill, S. M. Kelley: *Computer Graphics Using OpenGL*, 3rd Edition, Prentice Hall, 2006

Exam mode: Written exam and project evaluation

Lectures will be given in English

PROGETTAZIONE DI SISTEMI INFORMATICI

2° semestre

8 CFU – settore INF/01 – 64 ore di lezione in aula

Docente: E. Nardelli

Programma: Test driven design. Statecharts. Basi di dati

Obiettivi di apprendimento: L'insegnamento si propone di fornire agli studenti gli elementi fondamentali per lo sviluppo di sistemi informatici

Testi consigliati:
L. Koskela: *Test Driven*, Manning, 2007
D. Harel, M. Politi: *Modeling Reactive Systems with Statecharts: The STATEMATE Approach*, McGraw Hill, 1998
P. Atzeni et al.: *Basi di Dati*, McGraw Hill, 2014

Modalità di esame: Prova scritta e orale e valutazione di progetto

Program: Test driven design. Statecharts. Databases

Learning objectives: This module aims at providing to students the fundamental concepts needed during informatics systems development

Text books:
L. Koskela: *Test Driven*, Manning, 2007
D. Harel, M. Politi: *Modeling Reactive Systems with Statecharts: The STATEMATE Approach*, McGraw Hill, 1998
P. Atzeni et al.: *Basi di Dati*, McGraw Hill, 2014

Exam mode: Written and oral exam and project evaluation

RELATIVITÀ E COSMOLOGIA / RELATIVITY AND COSMOLOGY

2° semestre

6 CFU – settore FIS/05 – 48 ore di lezione in aula

Docente: N. Vittorio

Programma: Il principio di equivalenza. Campi gravitazionali deboli. Moto geodetico. Significato fisico della metrica. Arrossamento delle righe spettrali. Forze inerziali. Tensori. Derivazione covariante. Il tensore di Riemann-Christoffel. Equazione di campo nel vuoto. Il tensore energia-impulso. Equazione di campo in presenza di materia. Leggi di conservazione. La soluzione di Schwarzschild: coordinate isotrope; moto planetario; deflessione della luce. L'espansione di Hubble. La radiazione cosmica di fondo. La metrica di Friedmann-Robertson-Walker. Nucleosintesi primordiale degli elementi leggeri. Il problema della distanza in Cosmologia. Il modello standard in cosmologia e gli scenari inflazionari

Obiettivi di apprendimento: Conoscenza della relatività generale classica e degli strumenti del calcolo tensoriale ad essa necessari. Acquisizione di competenze specifiche, mirate alla risoluzione di alcuni problemi in relatività generale. Conoscenza delle problematiche che richiedono una trattazione general-relativistica (collasso gravitazionale, onde gravitazionali, cosmologia teorica) e delle osservazioni che consentono di validarne la loro trattazione teorica. Sviluppo di competenze mirate alla predizione di osservabili di interesse per l'astrofisica e la cosmologia moderna

Testi consigliati:
J. V. Narlikar: *An introduction to Relativity*, Cambridge University Press, 2010
S. Carroll: *Spacetime and Geometry: an introduction to General Relativity*, Addison-Wesley, 2003
N. Vittorio: *An overview of General Relativity and Space Time*, CRC Press, 2022
N. Vittorio: *General Relativity: Analytical and Symbolic Problems with Mathematica*, CRC Press, 2025

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: The equivalence principle. Weak gravitational field. Geodesic motion. Physical interpretation of the metric tensor. Reddening of spectral lines. Inertial forces. Tensors. Covariant derivatives. The Riemann-Christoffel tensor. Field equation in vacuum. The energy-momentum tensor. Field equations in the presence of matter. Conservation laws. The Schwarzschild solution: isotropic coordinates; planetary motion; light deflection. The Hubble expansion. The Cosmic Microwave Background radiation. The Friedmann-Robertson-Walker metric. Primordial nucleosynthesis. The distance problem in cosmology. The standard model in cosmology and inflationary scenarios

Learning objectives: Knowledge of the basics of tensor calculus and of classical General Relativity. Acquisition of specific competences aimed at solving some problems in General Relativity. Knowledge of problems that require a General Relativity approach (gravitational collapse, gravitational waves, theoretical cosmology) and the observations that allow to validate their theoretical discussion. Skills development targeted to the prediction of observables of interest for Astrophysics and Cosmology

Text books:
J. V. Narlikar: *An introduction to Relativity*, Cambridge University Press, 2010
S. Carroll: *Spacetime and Geometry: an introduction to General Relativity*, Addison-Wesley, 2003
N. Vittorio: *An overview of General Relativity and Space Time*, CRC Press, 2022
N. Vittorio: *General Relativity: Analytical and Symbolic Problems with Mathematica*, CRC Press, 2025

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

SISTEMI DINAMICI

1° semestre

8 CFU – settore MAT/07 – 64 ore di lezione in aula

Docente: C. Liverani

Programma: Richiami di teoria delle equazioni differenziali: esistenza ed unicità globale delle soluzioni per campi vettoriali C^1 e limitati. Teoria di Floquet. Sezioni di Poincarè. Teorema della dipendenza liscia dai dati iniziali e da parametri. Studio del comportamento qualitativo delle soluzioni di una equazione differenziale sul piano. Teorema della scatola del flusso. Stabilità e funzioni di Lyapunov. Teorema di Grobman-Hartmann. Varietà stabili e instabili: Hadamard-Perron, teorema della varietà centrale. Concetto di genericità per famiglie di campi vettoriali dipendenti da parametri. Biforcazioni generiche: sella-nodo, Hopf. Insiemi ω-limite e Teorema di Poincarè-Bendixon. Equazioni differenziali sul toro (bidimensionale) e riduzione allo studio dei diffeomorfismi del cerchio. Numero di rotazione. Teorema KAM. Sistemi Hamiltoniani e geometria simplettica. Trasformazioni canoniche. Relazione coi sistemi Lagrangiani. Sistemi completamente integrabili. Teoria della media. Integrale di Melnikov e ferri di cavallo. Sistemi dinamici misurabili (definizioni ed esempi elementari). Teorema di Krylov-Bogoliuvov. Cenni di teoria ergodica (teoremi di Birkhoff, Von Neumann, Poincarè, ergodicità, mescolamento, . . .)

Obiettivi di apprendimento: Familiariazzarsi col panorama dei moderni sistemi dinamici

Testi consigliati:
Note del corso

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: ODE with bounded vector fields C^1, existence and uniqueness. Floquet Theory. Poincarè Sections. Dependence on initial data. Qualitative study of ODE. Lyapunov functions. Grobman-Hartmann theorem. Stable and unstable manifolds: Hadamard-Perron theorem. Genericity for family of vector fields. Bifurcations. ω-limit sets and Poincarè-Bendixon theorem. Differential equation on the two dimensional torus and circle diffeomorphism. Rotation number, KAM theory. Hamiltonian system and symplectic geometry. Averaging. Melnikov integral and horseshoes. Measurable dynamical systems. Krylov-Bogoliubov Theorem. Ergodic Theory.

Learning objectives: Become familiar with the modern filed of Dynamical Systems

Text books:
Course notes

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

STATISTICAL LEARNING

2° semestre

8 CFU – settore MAT/06 – 64 ore di lezione in aula

Docente: S. Vigogna

Programma: Formalizzazione matematica del machine learning, supervised learning, funzioni loss, rischio e stimatore di Bayes, regressione e classificazione, consistenza, generalizzazione, no free lunch theorem, ottimalità minimax, local averaging, empirical risk minimization, regolarizzazione, linear least squares, bias-variance tradeoff, decomposizione del rischio, approximation-estimation tradeoff, covering numbers, Rademacher complexity, modelli lineari, metodi kernel, representer theorem, spazi di Hilbert a nucleo riproducente, translation-invariant kernels, Matern kernels e spazi di Sobolev, bounds di generalizzazione, adattività a regolarità, sparsità, lasso, reti neurali e deep learning, universalità, generalizzazione, adattività a dimensione intrinseca, spazi di Banach a nucleo riproducente, relazioni con metodi kernel, limiti Gaussiani, random features, representer theorem, modelli sovraparametrizzati, implicit bias del gradient descent, interpolazione e generalizzazione double descent, mean-field limit, neural tangent kernel, statistical-computational tradeoffs

Obiettivi di apprendimento: Concetti, strumenti, metodi e risultati fondamentali dello statistical learning, con particolare attenzione al caso supervisionato e ai problemi in alta dimensione

Testi consigliati:
Francis Bach: *Learning Theory from First Principles*, MIT press, 2024

Modalità di esame: Prova orale e valutazione in itinere

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Mathematical formalization of machine learning, supervised learning, loss functions, risk and Bayes estimator, regression and classification, consistency and generalization, no free lunch theorem, minimax optimality, local averaging, empirical risk minimization, regularization, linear least squares, bias-variance tradeoff, risk decomposition, approximation-estimation tradeoff, covering numbers, Rademacher complexity, linear models, kernel methods, representer theorem, reproducing kernel Hilbert spaces, translation-invariant kernels, Matern kernels and Sobolev spaces, generalization bounds, adaptivity to smoothness, sparsity, lasso, neural networks and deep learning, universality, generalization, adaptivity to intrinsic dimension, reproducing kernel Banach spaces, relations with kernel methods, Gaussian limits, random features, representer theorem, overparameterized models, implicit bias of gradient descent, interpolation and generalization, double descent, mean-field limit, neural tangent kernel, statistical-computational trade-offs

Learning objectives: Concepts, tools, methods and fundamental results of statistical learning, with particular focus on the supervised case and problems in high dimensions

Text books:
Francis Bach: *Learning Theory from First Principles*, MIT press, 2024

Exam mode: Oral exam and 'in itinere' evaluation

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

STORIA DELLA SCIENZA

2° semestre

8 CFU – settore MAT/04 – 64 ore di lezione in aula

Docente: B. Scoppola

Programma: Ripercorrere l'evoluzione della scienza sottolineando i legami tra la scienza ellenistica e la rinascita della scienza in età moderna. Lista degli argomenti: 1. Geometria, 2. Forma e dimensioni della Terra, 3. Geografia matematica, 4. Gravitazione, 5. Scienza e navigazione, 6. Teoria atomico-molecolare, 7. Evoluzione biologica, 8. Studio del sistema nervoso

Obiettivi di apprendimento: Ci si attende che gli studenti comprendano l'evoluzione della scienza a partire dalle caratteristiche delle società in cui la scienza si è sviluppata

Testi consigliati:
L. Russo: *Stelle, Atomi e Velieri*, Mondadori Università, 2015
Note del corso

Modalità di esame: Prova orale

Program: To revise the evolution of the science outlining the links between ellenistic and modern science. Arguments: 1. Geometry, 2. Shape and dimensions of the Earth, 3. Mathematical geography, 4. Gravitation, 5. Science and gravitation, 6. Atomic and molecular theory, 7. Biological evolution, 8. Study of the nervous system

Learning objectives: It is expected that the students understand science evolution starting from the features of the societies in which the science has developed

Text books:
L. Russo: *Stelle, Atomi e Velieri*, Mondadori Università, 2015
Course notes

Exam mode: Oral exam

STORIA DELLE MATEMATICHE

2° semestre

8 CFU – settore MAT/04 – 64 ore di lezione in aula

Docente: R. Bellé

Programma: Il recupero della matematica classica nel Rinascimento e la tradizione medievale: il caso dell'Italia. L'esempio di Francesco Maurolico e Federico Commandino. (marzo-aprile, 36 ore) Gli inizi della matematica moderna: l'algebra di Viète e la Géométrie di Descartes. Fermat: il metodo delle tangenti e dei massimi e minimi. (maggio-giugno, ore 28)

Obiettivi di apprendimento: Al termine dell'insegnamento si dovrà essere in grado di comprendere le principali linee direttrici dell'evoluzione del pensiero matematico nel passaggio dal periodo medievale al Rinascimento fino alla prima età moderna. In particolare gli obiettivi saranno i seguenti:
- individuare l'influenza dei metodi della matematica greca classica;
- comprendere gli aspetti legati alla matematica sviluppata nel Vicino Oriente;
- sapere come utilizzare in maniera critica vari tipi di fonti per l'indagine storica: lettere, biografie, prefazioni di testi matematici, cataloghi di biblioteche e archivi;
- capire gli aspetti di novità portati dalla matematica rinascimentale, soprattutto in ambito italiano e francese;
- collegare l'evoluzione del pensiero matematico allo sviluppo della civiltà nel suo complesso;
- seguire l'evoluzione del pensiero matematico nel tempo.

Testi consigliati: I testi saranno comunicati dal docente all'inizio del corso

Modalità di esame: Prova orale

Program: The recovery of classical mathematics in the Renaissance and the medieval tradition: the case of Italy. Francesco Maurolico and Federico Commandino. The beginnings of modern mathematics: Viète's algebra and Descartes' Géométrie. Fermat: the method of tangents and of maxima and minima

Learning objectives: At the end of the course you should be able to understand the main lines of the evolution of mathematical thought in the transition from the medieval period through the Renaissance to the early modern age. In particular, the objectives will be as follows:
- identify the influence of the methods of classical Greek mathematics;
- understand aspects of mathematics developed in the Near East;
- to know how to critically use various types of sources for historical investigation: letters, biographies, prefaces of mathematical texts, catalogues of libraries and archives;
- understand the aspects of novelty brought by Renaissance mathematics, especially in the Italian and French context;
- link the evolution of mathematical thought to the development of civilisation as a whole;
- follow the evolution of mathematical thought over time.

Text books: All relevant information to be given at the beginning of the course

Exam mode: Oral exam

SUPERFICI DI RIEMANN / RIEMANN SURFACES

1° semestre

8 CFU – settore MAT/03 – 64 ore di lezione in aula

Docente: M. Mcquillan

Programma: Superfice di Riemann e Jacobiani. Teoria analitica di varieta di Shimura: struttura di Hodge; moduli di tori complessi; condizione di Riemann e moduli di varieta abelieni; forme modulare. Teoria algerica: struttura adelica, modeli canonici, modèle étrage.

Testi consigliati: Travaux de Shimura, Pierre Deligne, Seminaire Bourbaki 389, 1970/71.

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: Riemann surfaces and Jacobians. Analytic theory of Shimura varieties: Hodge structures; moduli of complex tori; Riemann's conditions and moduli of abelian varieties; modular forms. Algebraic theory: adelic structure, canonical models, modèle étrage.

Text books: Travaux de Shimura, Pierre Deligne, Seminaire Bourbaki 389, 1970/71.

Exam mode: Oral examination

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

TEORIA DEI GIOCHI E PROGETTO DI RETI

1° semestre

9 CFU – settore MAT/09 – 72 ore di lezione in aula

Docente: P. Oriolo

Programma: 1. Giochi non cooperativi. Equilibri di Nash. Pareto ottimalità. Strategie dominanti. Strategie conservative. Payoff. Giochi antagonistici e a somma zero. Estensione in strategia mista ed esistenza equilibrio di Nash. Il teorema di von Neumann. Bidding, Bluff e il Poker di Khun. 2. Mechanism design. Aste di primo prezzo e secondo prezzo. 3. Giochi cooperativi. Coalizioni e superadditività. Nucleo di un gioco. Il teorema di Bondareva-Shapley. Mercati con utilità trasferibile. Approcci assiomatici. Valore di Shapley. Giochi semplici. Giochi cooperativi con utilità non trasferibile. Il problema dell'house allocation. Il problema dello stable marriage. Questioni algoritmiche 4. Cost Sharing e algoritmi primale duale. Facility Location game. Steiner Tree Problem. 5. Randomizzazione Richiami di probabilità. Il potere della randomizzazione. Algoritmi Las Vegas e Monte Carlo. Algoritmi randomizzati: quick sort, 2-Sat, min cut. Algoritmi randomizzati PL-based

Obiettivi di apprendimento: Lo scopo di questo corso è quello di introdurre la teoria dei giochi. Diversi esempi di giochi, cooperativi e non cooperativi, saranno presentati e risolti per mezzo di strumetni standard della Teoria dei Giochi, che perlopiù poggiano su tecniche di ottimizzazione, programmazione lineare e programmazione lineare intera

Testi consigliati: Note del corso

Modalità di esame: Prova scritta e orale

Program: 1. Noncooperative Games. Nash Equilibria. Pareto Optimality. Dominant Strategies. Conservative Strategies. Payoffs Adversarial and Zero-Sum Games. Mixed Strategy Extension and the Existence of a Nash Equilibrium. The Von Neumann Theorem. Bidding, Bluffing, and Khun's Poker. 2. Mechanism Design First-Price Auctions and Second-Price Auctions. 3. Cooperative Games. Coalitions and Superadditivity. The core of a game. The Bondareva-Shapley Theorem. Markets with Transferable Utility. Axiomatic Approaches. Shapley Value. Simple Games. Cooperative Games with Non-Transferable Utility. The House Allocation Problem. The Stable Marriage Problem. Algorithmic Issues 4. Cost Sharing and Primal Dual Algorithms. Cost Sharing Facility Location Game. Steiner Tree Problem. 5. Randomization Reminders of Probability The Power of Randomization Las Vegas and Monte Carlo Algorithms Randomized Algorithms: Quick Sort, 2-Sat, Min Cut PL-Based Randomized Algorithms

Learning objectives: The aim of this class is to introduce game theory and network design. Several examples of games, both cooperative and non-cooperative, will be presented and solved by means of standard game theory tools mainly building upon optimization techniques, linear programming and linear integer programming

Text books: Course notes

Exam mode: Written and oral exam

TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI 1 / REPRESENTATION THEORY 1

2° semestre

8 CFU – settore MAT/02 – 64 ore di lezione in aula

Docente: F. Gavarini

Programma: Il programma comprende i seguenti argomenti, che saranno svolti (orientativamente) nell'ordine in cui qui di seguito sono elencati. Saranno possibili alcune variazioni in corso d'opera, in funzione degli interessi di coloro che frequenteranno il corso.

FONDAMENTI di TEORIA delle ALGEBRE di LIE: Algebre, algebre associative, algebre di Lie. Sottoalgebre, ideali. Morfismi tra algebre. Operazioni tra sottoalgebre e tra ideali. Le algebre di Lie classiche. Teoremi di Corrispondenza (per morfismi tra algebre); Teorema Fondamentale di Omomorfismo; Teoremi di Isomorfismo.

CLASSI SPECIALI di ALGEBRA di LIE: Algebre di Lie semplici. Sottoalgebra derivata; la serie derivata, la serie centrale discendente. Algebre di Lie nilpotenti; il Teorema di Engel. Algebre di Lie risolubili; il Teorema di Lie. Il radicale di un'algebra di Lie; algebre di Lie semisemplici. Decomposizione di Jordan-Chevalley per algebre di Lie semisemplici. La forma di Killing; criterio di Cartan (per la risolubilità); criteri di semisemplicità. Struttura di un'algebra di Lie semisemplice.

MODULI e RAPPRESENTAZIONI (generalità, caso di sl(2)): Moduli (o "rappresentazioni"), sottomoduli, quozienti, morfismi; Teorema Fondamentale di Omomorfismo, Teoremi di Isomorfismo; prodotti diretti e somme dirette; moduli di morfismi, modulo duale. Prodotto tensoriale e somme dirette tra moduli. Moduli semplici o semisemplici. Moduli per sl(2) di dimensione finita: struttura e classificazione.

STRUTTURA delle ALGEBRE di LIE SEMISEMPLICI: Sottoalgebre di Cartan (in un'algebra di Lie semisemplice). Radici, spazi radice e decomposizione di Cartan; sl(2)-terne. Proprietà dei vettori radice e delle coradici. Il sistema di radici associato a un'algebra di Lie semisemplice e una sua sottoalgebra di Cartan. Invarianza della forma di Killing per isomorfismi. Il Teorema di Coniugazione per sottoalgebre di Cartan. Un isomorfismo tra algebre di Lie semisemplici induce un isomorfismo tra i sistemi di radici associati. La decomposizione in somma diretta di ideali semplici corrisponde alla decomposizione del sistema di radici in unione di (sotto)sistemi irriducibili.

SISTEMI di RADICI (FINITI) ASTRATTI: Sistemi di radici (finiti) astratti. Gruppo di Weyl di un sistema di radici. Stringhe di radici. Radici semplici; basi di radici semplici. Teorema di Esistenza delle Basi. Camere di Weyl. L'azione del gruppo di Weyl sull'insieme delle basi e sull'insieme delle camere di Weyl. La matrice di Cartan di un sistema di radici, e suo diagramma di Dynkin. Sistemi di radici irriducibili. Classificazione dei sistemi di radici irriducibili.

COSTRUZIONE di ALGEBRE di LIE da SISTEMI di RADICI: Costruzioni per generatori e relazioni. Insiemi standard di generatori per un'algebra di Lie semisemplice; relazioni soddisfatte da un insieme standard di generatori. Il Teorema di Serre: costruzione di un'algebra di Lie semisemplice con sistema di radici prestabilito. Classificazione delle algebre di Lie semisemplici.

ALGEBRA INVILUPPANTE UNIVERSALE: Algebra inviluppante universale di un'algebra di Lie: definizione, unicità, esistenza (costruzione esplicita). Teorema di Poincaré-Birckhoff-Witt e sue conseguenze. L'identificazione canonica tra la categoria degli L-moduli e la categoria degli U(L)-moduli. L' isomorfismo canonico tra $U(L' \oplus L'')$ e $U(L') \otimes U(L'')$. Il morfismo di algebre di Lie "diagonale" da L a $L \oplus L$ induce un morfismo (di algebre associative) "coprodotto" da $U(L)$ a $U(L) \otimes U(L)$. Struttura di algebra di Hopf per $U(L)$ e struttura tensoriale nella categoria degli L-moduli

Obiettivi di apprendimento: Conseguire una buona conoscenza delle strutture fondamentali e dei risultati principali della teoria delle algebre di Lie e delle loro rappresentazioni, concentrandosi sui seguenti temi: - algebre di Lie (in generale), rappresentazioni e moduli per algebre di Lie; - risolubilità e nilpotenza per algebre di Lie; - algebre di Lie semisemplici e loro caratterizzazioni; - sistemi di radici (finiti) e loro classificazione; - relazione tra algebre di Lie semisemplici e sistemi di radici (finiti); - classificazione dei moduli (=rappresentazioni) di dimensione finita per algebre di Lie semisemplici

Testi consigliati:
Humphreys J. E.: *Introduction to Lie algebras and representation theory*, Graduate Texts in Mathematics 9, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1978
Erdmann K., Wildon M. J.: *Introduction to Lie algebras*, Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer-Verlag London, Ltd., London, 2006

Modalità di esame: Prova orale

In presenza di studenti stranieri l'insegnamento può essere erogato in lingua inglese

Program: The program contains the following topics, that will be treated in the same order (more or less) as they are listed here below. Some variations during the course may occur, depending on the wishes of those attending the course.

FOUNDATIONS of the THEORY of LIE ALGEBRAS: Algebras, associative algebras, Lie algebras. Subalgebras, ideals. Morphism of algebras. Operations between subalgebras and between ideals. The classical Lie algebras. Correspondence Theorems (for algebra morphisms); Fundamental Theorem of Homomorphism; Isomorphism Theorems.

SPECIAL CLASSES of LIE ALGEBRAS: Simple Lie algebras. Derived subalgebra; the derived series, the lower central series. Nilpotent Lie algebras; Engel's Theorem. Solvable Lie algebras; Lie's Theorem. The radical of a Lie algebra; semisimple Lie algebras. Jordan–Chevalley decomposition for semisimple Lie algebras. The Killing form; Cartan's criterion (for solvability); criteria for semisimplicity. Structure of a semisimple Lie algebra.

MODULES and REPRESENTATIONS (generalities, case of $\mathfrak{sl}(2)$): Modules (or "representations"), submodules, quotients, morphisms; Fundamental Theorem of Homomorphism, Isomorphism Theorems; direct products and direct sums; modules of morphisms, dual module. Tensor product and direct sums between modules. Simple or semisimple modules. Modules for $\mathfrak{sl}(2)$ of finite dimension: structure and classification.

STRUCTURE of SEMISIMPLE LIE ALGEBRAS: Cartan subalgebras (in a semisimple Lie algebra). Roots, root spaces and Cartan decomposition; $\mathfrak{sl}(2)$-triples. Properties of root vectors and coroots. The root system associated with a semisimple Lie algebra and a Cartan subalgebra of it. Invariance of Killing form with respect to isomorphisms. The Conjugacy Theorem for Cartan subalgebras. An isomorphism between semisimple Lie algebras induces an isomorphism between the associated root systems. The decomposition into direct sum of simple ideals corresponds to the decomposition of the root system into union of irreducible (sub)systems.

ABSTRACT (FINITE) ROOT SYSTEMS: Abstract (finite) root systems. Weyl group of a root system. Root strings. Simple roots; bases of simple roots. Existence Theorem of Bases. Weyl chambers. The Weyl group action on the set of bases and the set of Weyl chambers. The Cartan matrix of a root system, and its Dynkin diagram. Irreducible root systems. Classification of irreducible root systems.

CONSTRUCTION of LIE ALGEBRAS from ROOT SYSTEMS: Constructions by generators and relations. Standard sets of generators for a semisimple Lie algebra; relations enjoyed by a standard set of generators. Serre's Theorem: construction of a semisimple Lie algebra with a specified root system. Classification of semisimple Lie algebras.

UNIVERSAL ENVELOPING ALGEBRA: Universal enveloping algebra of a Lie algebra: definition, uniqueness, existence (explicit construction). Poincaré–Birkhoff–Witt Theorem and its consequences. The canonical identification between the category of L-modules and the category of $U(L)$-modules. The canonical isomorphism between $U(L' \oplus L'')$ and $U(L') \otimes U(L'')$. The morphism of Lie algebras "diagonal" from L to $L \oplus L$ induces a morphism (of associative algebras) "coproduct" from $U(L)$ to $U(L) \otimes U(L)$. Structure of Hopf algebra for $U(L)$ and tensor structure in the category of L-modules.

Learning objectives: Achieve a good knowledge of the main structures and results of the theory of Lie algebras and their representations, with the main focus upon the following topics: - Lie algebras (in general), representations and modules for Lie algebras; - solvability and nilpotence for Lie algebras; - semisimple Lie algebras and their characterizations; - (finite) root systems and their classification; - link between semisimple Lie algebras and (finite) root systems; - classification of finite-dimensional modules (=representations) for semisimple Lie algebras

Text books:
Humphreys J. E.: *Introduction to Lie algebras and representation theory*, Graduate Texts in Mathematics 9, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1978
Erdmann K., Wildon M. J.: *Introduction to Lie algebras*, Springer Undergraduate Mathematics Series, Springer-Verlag London, Ltd., London, 2006

Exam mode: Oral exam

In case the course is attended by foreign students, lectures can be given in English

---

La guida didattica è stata redatta da Barbara Pacchiarotti e Anastasia Marcacci. Si ringrazia Hendrik Speleers per la realizzazione dell'impaginazione in LaTeX.