

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 1. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^3} - \sqrt[3]{1-x^3}}{e^{\sin x} - e^{\arctan x}}.$$

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 2. [6 punti] Stabilire per quali valori dei parametri reali α, β la seguente funzione

$$f(x) = \begin{cases} (\cos x + x \tan x)^\alpha & \text{se } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\ 1 + \beta x & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

è derivabile in $(-\infty, \frac{\pi}{2})$.

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$\sqrt{|\sin x + \cos x|},$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 4. [6 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^{+\infty} x \cdot \left(\frac{1}{x^\alpha} - \sin\left(\frac{1}{x}\right) \right) dx.$$

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - 2yx = e^{x^2} \frac{e^{-x}}{e^x - 1} . \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

Svolgimento: