

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 1. [6 punti] Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sqrt{2}x) + \sin(x^2) - 1}{2 \log(e^x - x) - x^2 \cdot \sqrt[3]{1+x}}.$$

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 2. [5 punti] Risolvere la seguente equazione nel campo complesso:

$$|z|^8 + z^4(1 + i)^8 = 0.$$

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$\exp\left(\frac{|x-1|}{x-2}\right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, intervalli di concavità/convessità, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità, eventuali flessi.

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 4. [7 punti] Determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente integrale improprio esiste finito:

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log x}{(1+x)^{3\alpha}} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = 1$.

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 \cdot \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

Svolgimento: