

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I – Prova scritta del 18/09/2019

Cognome: (in STAMPATELLO)
Nome: (in STAMPATELLO)
Matricola:
Titolare del corso:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

A

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ nel punto $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \arctan(x + x^3).$$

Svolgimento:

Esercizio 2. [6 punti] Data la funzione

$$f(x) = \left((1 + \sqrt{x})^{\frac{1}{x}} - 1 + 5\sqrt{x} \right) \log \left(1 - e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}} \right),$$

calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

Svolgimento:

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{2x^2 - x + 1}{|x| - 1} \right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Svolgimento:

Cognome (in STAMPATELLO): Nome (in STAMPATELLO):.....

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_0^5 \frac{1}{x^\alpha} \log\left(\frac{x}{5-x}\right) dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = -1$.

Svolgimento:

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{x+2}{\sqrt{(x+2)^2+1}}y \\ y(-2) = 1 \end{cases} .$$

Svolgimento: