

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I – Prova scritta del 10/07/2019

<b>Cognome:</b> (in STAMPATELLO)
<b>Nome:</b> (in STAMPATELLO)
<b>Matricola:</b>
<b>Titolare del corso:</b>

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
<b>Totale</b>	

C

---

**Esercizio 1. [5 punti]** Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine  $n = 5$  con centro  $x_0 = 0$  per la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x + \frac{x^2}{2} + e^{-x}}.$$

Svolgimento:

**Esercizio 2. [6 punti]** Data la funzione:

$$f(x) = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{x}) \log \left( \left| \sin \frac{\pi x}{5} \right| \right)}{\left( (x - 5)^2 + \log\left(\frac{x}{5}\right) \right) \log(|x - 5|)},$$

calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ .

Svolgimento:

**Esercizio 3. [8 punti]** Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = -5 \arctan\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2 \log |x^2 - 1|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Svolgimento:

**Esercizio 4. [7 punti]** Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$$\int_3^{+\infty} \frac{\log(1 - e^{-\sqrt{x-3}})}{e^{\alpha\sqrt{x-3}}(x-3)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

Svolgimento:

**Esercizio 5. [5 punti]** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 8y = 5 \sin(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases} .$$

Svolgimento: