

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I – Prova scritta del 10/07/2019

Cognome: (in STAMPATELLO)
Nome: (in STAMPATELLO)
Matricola:
Titolare del corso:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

A

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 5$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = \frac{1}{x + x^2 + e^{-x}}.$$

Svolgimento:

Esercizio 2. [6 punti] Data la funzione:

$$f(x) = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{x}) \log \left(\left| \sin \frac{\pi x}{2} \right| \right)}{\left((x-2)^2 + \log\left(\frac{x}{2}\right) \right) \log(|x-2|)},$$

calcolare $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

Svolgimento:

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = 5 \arctan \left(\frac{1}{x^2} \right) - 2 \log |x^2 - 1|$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, eventuali punti di non derivabilità. Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Svolgimento:

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log(1 - e^{-\sqrt{x-1}})}{e^{\alpha\sqrt{x-1}}(x-1)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Svolgimento:

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 8y = 5 \cos(2x) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}.$$

Svolgimento: