

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria  
Analisi Matematica I – Prova scritta del 05/09/2019

<b>Cognome:</b> (in STAMPATELLO)
<b>Nome:</b> (in STAMPATELLO)
<b>Matricola:</b>
<b>Titolare del corso:</b>
<b>Esame orale:</b>

<b>Esercizio</b>	<b>Punteggio</b>
1	
2	
3	
4	
5	
<b>Totale</b>	

D

---

**Esercizio 1.** [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine  $n = 6$  con centro  $x_0 = 0$  per la seguente funzione:

$$f(x) = x \log(1 + \sin^2 x) + 5x^3.$$

Svolgimento:

**Esercizio 2. [6 punti]** Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n + n \sin \frac{1}{n})^n - e n^n}{(n + \log n)^n - n^{n+1}} n (\log(2n + 3))^2.$$

Svolgimento:

**Esercizio 3. [8 punti]** Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x - 1)^{\frac{2}{3}} \left( 2 + (x - 1)^{\frac{1}{3}} \right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, intervalli di concavità/convessità, eventuali punti di non derivabilità, eventuali flessi. (È richiesto lo studio della derivata seconda!)

Svolgimento:

**Esercizio 4. [7 punti]** Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$$\int_{-1}^3 \frac{\sqrt{x+1} \cdot \log(x+1)}{(3+2x-x^2)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per  $\alpha = \frac{1}{2}$ .

Svolgimento:

**Esercizio 5. [5 punti]** Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \frac{y}{x+x^2} = \log x \\ y(1) = 4 \end{cases} .$$

Svolgimento: