

Università di Roma “Tor Vergata” – Corso di Laurea in Ingegneria
Analisi Matematica I – Prova scritta del 05/09/2019

Cognome: (in STAMPATELLO)
Nome: (in STAMPATELLO)
Matricola:
Titolare del corso:
Esame orale:

Esercizio	Punteggio
1	
2	
3	
4	
5	
Totale	

A

Esercizio 1. [5 punti] Calcolare lo sviluppo di Taylor dell'ordine $n = 6$ con centro $x_0 = 0$ per la seguente funzione:

$$f(x) = x \log(1 + \sin^2 x) + 2x^3.$$

Svolgimento:

Esercizio 2. [6 punti] Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\left(n + n \sin \frac{1}{n}\right)^n - e n^n}{(n + \log n)^n - n^{n+1}} n (\log(n + 2))^2.$$

Svolgimento:

Esercizio 3. [8 punti] Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = (x - 1)^{\frac{2}{3}} \left(-3 + (x - 1)^{\frac{1}{3}} \right)$$

specificando: dominio, eventuali asintoti, intervalli di monotonia, eventuali punti di massimo/minimo relativo, intervalli di concavità/convessità, eventuali punti di non derivabilità, eventuali flessi. (È richiesto lo studio della derivata seconda!)

Svolgimento:

Esercizio 4. [7 punti] Discutere la convergenza del seguente integrale improprio al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\int_{-2}^1 \frac{\sqrt{x+2} \cdot \log(x+2)}{(2-x-x^2)^\alpha} dx.$$

Calcolarlo per $\alpha = \frac{1}{2}$.

Svolgimento:

Esercizio 5. [5 punti] Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' - \frac{y}{x+x^2} = \log x \\ y(1) = 1 \end{cases} .$$

Svolgimento: