(1) Calcolare l' integrale doppio $\int\int_D (e^{xy} - \frac{y}{x})\, dxdy$, dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 1 \le xy \le 2\,;\; x \le y \le e\,x\}$

[$\frac{1}{2}e^2 - e + \frac{1}{2}$]

(2) Calcolare l' integrale doppio $\int\int_D xy^2\, dxdy$, dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x^2 + y^2 \le 1\,,\; x \ge |y|\}$

[$\frac{\sqrt{2}}{30}$]

(3) Calcolare l' integrale doppio $\int\int_D xy\, dxdy$, dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 1 \le x^2 + y^2 \le 2\,,\; x \le y \le \sqrt{3}x\}$

[$\frac{3}{32}$]

(4) Calcolare l' integrale doppio $\int\int_D (x^2 + 4y^2 + 2x + 1)\, dxdy$, dove D è il dominio del piano delimitato dall' ellisse di equazione cartesiana $\frac{(x+1)^2}{4} + y^2 = 1$

[4π]

(5) Calcolare, usando le coordinate polari, l' area dell' insieme $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le \frac{4}{3}\,,\; 0 \le x \le 1\,,\; \}$.

[$\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{4}{9}\pi$]

(6) Calcolare, usando le coordinate polari, l' area dell' insieme $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \le \frac{4}{3}\,,\; x \ge 1\}$.

[$\frac{2}{9}\pi - \frac{1}{\sqrt{3}}$]

Osservazione: La somma delle aree calcolate negli ultimi due esercizi è $\frac{2}{9}\pi + \frac{4}{9}\pi = \frac{2}{3}\pi$, come c' è da aspettarsi (perché ?)

(7) Calcolare usando coordinate polari opportunamente centrate (eventualmente diverse per i due integrali) gli integrali doppi
a) $\int\int_D (x^2 + y^2)\, dxdy$,
b) $\int\int_D 9\,\sqrt{x^2 + y^2}\, dxdy$
dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, (x-2)^2 + y^2 \le 4\,,\; y \ge 0\}$

[12π ; 128]

(8) Calcolare l' area e il baricentro (supponendo densità costante pari a 1) della figura $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 2\sqrt{x^2 + y^2} \le x + 2\}$.

[$\frac{8\pi}{3\sqrt{3}}$; $(\frac{2}{3}, 0)$.]

(9) Calcolare l' integrale triplo $\int\int\int_V \log(\sqrt{x^2+z^2})\, dxdydz$ dove $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2+z^2 \leq e^2\,;\, z \leq x\,;\, 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2+z^2}\}$.

[$\frac{1}{2}\pi$ (ad esempio integrando per fili paralleli all' asse y ...)]

(10) Calcolare l' integrale triplo della funzione $f(x,y,z) = z$ sul dominio $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1\,;\, x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1 + z^2\}$.

[$\frac{3}{2}\pi$ (ad esempio integrando per strati perpendicolari all' asse z ...)]

(11) Calcolare l' integrale doppio $\int\int_E (x^2+2y^2)\, dxdy$, dove $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)^2 + y^2 \leq 1\,,\, y \geq -x\}$,

[Verificare graficamente e analiticamente che E si decompone nell' unione del triangolo $T = [\,0 \leq x \leq 1\,,\, -x \leq y \leq 0\,]$, dove si usano le formule di riduzione per insiemi semplici, e di una parte S del cerchio $C = [\,(x-1)^2+y^2 \leq 1\,]$, dove si usano le coordinate polari centrate in $(1,0)$ ($x = 1+\rho\cos(\vartheta)\,,\, y = \rho\sin(\vartheta)$). S è la parte di C caratterizzata da $[\,0 \leq x \leq 1\,,\, y \geq 0\,] \cup [\,x \geq 1\,]$ che in termini di coordinata angolare si legge $\vartheta \in [-\frac{\pi}{2}, \pi]$ ... $\frac{13}{12} + \frac{21}{16}\pi$]