

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Laurea in INGEGNERIA MEDICA

METODI MATEMATICI PER L’INGEGNERIA

Prof. P. Cannarsa

I Appello – Sessione Autunnale

4 Settembre 2015, h 9:30, Aula B10

Esercizio 1. Determinare l’integrale generale dell’equazione differenziale

$$x'''(t) - 3x'(t) - 2x(t) = e^{-t} \quad (1)$$

e dire se esistono soluzioni tali che $x(t) \rightarrow 0$ per $t \rightarrow +\infty$. (*Osservare che -1 è radice del polinomio caratteristico*).

Esercizio 2. Integrando sul bordo del rettangolo di vertici $\pm R, \pm R + i\pi$ ($R > 0$) e passando al limite per $R \rightarrow +\infty$, dimostrare che

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{x/2}}{\cosh x} dx = \pi\sqrt{2}.$$

Esercizio 3. Sia

$$f(x) = \max \left\{ 0, 1 - |x| \right\} \quad (-\pi \leq x < \pi)$$

e si indichi con $f^\#$ il prolungamento periodico di f . Si determini la serie di Fourier di $f^\#$ e se ne studi la convergenza puntuale e uniforme.

Esercizio 4. Calcolare la soluzione dell’equazione integro-differenziale

$$\begin{cases} y'(t) = \cos(t) + \int_0^t y(t - \tau) \cos(\tau) d\tau, & t \geq 0, \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad (2)$$