

UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Laurea in INGEGNERIA MEDICA

METODI MATEMATICI PER L'INGEGNERIA

Prof. P. Cannarsa

II esonero – TEMA B

26 giugno 2015

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x) = e^{|x|} \quad (-\pi \leq x < \pi).$$

1) Ricordando la formula

$$e^x \cos(kx) = \operatorname{Re} e^{(1+ik)x}$$

oppure integrando per parti, calcolare i coefficienti di Fourier del prolungamento periodico di f e discutere la convergenza della relativa serie.

2) Valutando la somma della serie di Fourier di f nei punti $x = 0$ e $x = \pi$, calcolare la somma delle serie numeriche

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k}{1+k^2} \quad \text{e} \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1+k^2}.$$

Esercizio 2. Si consideri l'equazione integro-differenziale

$$\begin{cases} \dot{y}(t) = t e^{2t} + 2 \int_0^t e^{-\tau} y(t-\tau) d\tau, & t \geq 0; \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

1) Risolvere l'equazione usando la trasformata di Laplace.

2) Dedurre l'equazione differenziale del secondo ordine associata a tale equazione.