

# UNIVERSITÀ DI ROMA “TOR VERGATA”

Laurea in FISICA

CALCOLO 2

*Prof. P. Cannarsa*

II esonero – 13/01/2017 – h 11:00

Edificio PP2 – Aula 3

**Esercizio 1.** Determinare i punti di equilibrio del sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = x(t) + \log y(t) \\ \dot{y}(t) = y(t) - 4e^{x(t)} \end{cases}$$

nel semipiano  $\Omega = \{(x, y) : y > 0\}$  e studiarne la stabilità. [Punti 10]

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  periodica di periodo  $2\pi$  e tale che

$$f(x) = 1 - \frac{2|x|}{\pi} \quad x \in [-\pi, \pi].$$

- 1) Determinare lo sviluppo in serie di Fourier di  $f$  e studiarne la convergenza in  $[-\pi, \pi]$ . [Punti 8]
- 2) Dedurre il valore delle seguenti somme:

$$(i) \quad \sum_{n \geq 0} \frac{1}{(2n+1)^2} \quad (ii) \quad \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2}.$$

[Punti 4]

**Esercizio 3.** Calcolare la trasformata di Fourier dell seguenti funzioni:

$$(i) \quad f(t) = \frac{1}{1+9t^2} \quad [\text{Punti 6}] \quad (ii) \quad g(t) = \frac{\sin t}{1+9t^2} \quad [\text{Punti 6}].$$