



Macroarea di SCIENZE MM. FF. NN.

PROGRAMMA di CALCOLO2 per il cdl in Fisica
Prof. Piermarco CANNARSA - Anno Accademico 2016/2017

1. Spazi metrici

Metriche su un insieme. Esempi. Sfere e intorni. Insiemi aperti e chiusi. Successioni convergenti. Chiusura, parte interna e frontiera di un sottoinsieme di uno spazio metrico. Spazi metrici compatti. Successioni di Cauchy. Spazi metrici completi. Principio delle contrazioni (D).

2. Equazioni differenziali

- a. Esempi di equazioni differenziali: l'oscillatore armonico smorzato e l'equazione del pendolo. Il problema di Cauchy per sistemi differenziali del prim'ordine in forma normale. Equivalenza con l'equazione di Volterra. Esistenza di soluzioni del problema di Cauchy (D). Unicità (D). L'equazione logistica. Equazioni a variabili separabili.
- b. Prolungamento di soluzioni. Soluzioni massimali. Escursione dai compatti (D). Equazioni di Mafredi. Lemma di Gronwall (D). Dipendenza senza continua dai dati. Il caso della striscia: dinamica sublineare e esistenza globale (D). Equazioni di Bernoulli. Confronto di soluzioni (D).
- c. Equazioni differenziali lineari del primo ordine. Sistemi differenziali lineari. Sistemi fondamentali di soluzioni e matrici fondamentali. Esistenza di sistemi fondamentali di soluzioni (D). Metodo della variazione delle costanti arbitrarie. Esponenziale di una matrice. Sistema fondamentale di soluzioni per autovalori semplici. Equazioni differenziali lineari di ordine n : struttura dello spazio delle soluzioni. Metodo della variazione delle costanti. Equazioni a coefficienti costanti: soluzioni dell'equazione omogenea e ricerca di una soluzione particolare. Metodo di similitudine. Equazioni di Eulero.
- d. Flusso di un sistema autonomo. Legge di gruppo. Insiemi invarianti per il flusso. Orbite periodiche. Integrali primi. Modello preda-predatore. Criterio di periodicità per sistemi piani. Applicazione al modello di Lotka-Volterra. Stabilità di un punto di equilibrio secondo Liapunov. Criterio di linearizzazione. Funzioni di Liapunov. Criterio di stabilità di Liapunov (D). Funzioni di Liapunov strette e stabilità asintotica (D). Bacino di attrazione. Ulteriori criteri per lo studio della stabilità asintotica dei punti di equilibrio.

3. Integrazione

- a. Funzioni semplici e loro proprietà. Integrale di una funzione semplice. Funzioni integrabili secondo Riemann su \mathbf{R}^N . Integrabilità delle funzioni continue a supporto compatto (D). Misura di Peano-Jordan. Integrale su insiemi misurabili. Misurabilità degli insiemi normali. Integrabilità delle funzioni continue q.o., limitate e a supporto compatto. Formule di riduzione per integrali doppi. Formule di riduzione per gli integrali tripli. Volume dei solidi di rotazione. Cambiamento di variabili negli integrali multipli. Coordinate polari nel piano. Coordinate sferiche. Integrale di funzioni definite su insiemi non limitati. Integrale di funzioni non limitate nell'intorno di un punto.
- b. Porzioni di superfici regolari (PSR). Area di una PSR e integrali superficiali. Formula di Gauss-Green (D: per insiemi normali). Calcolo dell'area di figure piane. Teorema della divergenza nel piano e nello spazio. Teorema di Stokes (D). Potenziale vettore.

4. Serie e trasformate di Fourier

- a. Funzioni periodiche e loro proprietà. Coefficienti di Fourier di una funzione periodica di quadrato sommabile. Convergenza puntuale di serie di Fourier (D). Convergenza totale di serie di Fourier (D). Convergenza uniforme di serie di Fourier. Serie di Fourier complesse.
- b. Trasformata di Fourier di una funzione assolutamente integrabile. Proprietà algebriche della trasformata (D). Proprietà differenziali della trasformata di Fourier (D). Lemma di Riemann-Lebesgue (D). Trasformata di Fourier di una convoluzione. Inversione della trasformata. Applicazione della trasformata di Fourier alle soluzioni di equazioni ordinarie, dell'equazione del calore e di quella delle onde. Formula di Plancherel. Teorema di Shannon (D).

D = si richiede dimostrazione