UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Laurea in MATEMATICA

ANALISI MATEMATICA 4

Prof. P. Cannarsa

I appello — Lunedì 16 giugno 2014, ore 10:00, aula 5 PP2

Esercizio 1. Data la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(1+x)^n} \qquad (x \in \mathbb{R}),$$

1) studiarne la convergenza puntuale e uniforme, [Punti 6]

2) calcolarne la somma nell'insieme di convergenza. [Punti 3]

Esercizio 2. Sia Σ la porzione del piano

$$P = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ y - z = 2\big\}$$

contenuta nel cilindro $C = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + \frac{y^2}{4} = 1\big\}$ e orientata in modo che la terza componente del versore normale sia positiva.

Calcolare il flusso del rotore del campo campo vettoriale

$$V(x,y,z) = (xz^2, y+z, y^2 - x)$$

attraverso Σ, sia usando la definizione che applicando il teorema di Stokes. [Punti 7]

Esercizio 3. Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che

$$\begin{cases} f(x)f'(x) = x \\ f(1) > 1. \end{cases}$$

Si determinino i punti critici del sistema

$$\begin{cases} x_1'(t) = x_2(t) \\ x_2'(t) = -x_1(t) - x_2(t) f\big(x_3(t)\big) \\ x_3'(t) = x_2(t) - x_3(t) \end{cases}$$

e se ne studi la stabilità. [Punti 8]

Esercizio 4. Si calcoli la distanza massima e minima dal punto $P_0 = (0,1,0)$ dell'insieme

$$C = \Big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x^2 + y^2 + z^2 = 1\,,\ x^2 + y^2 = x\Big\}.$$ [Punti 8]