UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Laurea in MATEMATICA

ANALISI MATEMATICA 4

25 febbraio 2014 *Prof. P. Cannarsa*

Esercizio 1. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Determinare i coefficienti a_n della serie di potenze tale che la somma

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$$

verifichi $y(0) = 1$ e risolva l'equazione differenziale

$$xy''(x) + y'(x) + \alpha y(x) = 0$$

nell'intervallo di convergenza. Calcolare, inoltre, il raggio di convergenza di tale serie.

Esercizio 2. Risolvere l'equazione (di Eulero)

$$t^2 x''(t) + t x'(t) + \alpha x(t) = 0 \qquad (t > 0)$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ e determinare i valori di α per i quali essa ammette soluzioni limitate su $(0, \infty)$ non identicamente nulle.

Esercizio 3. Calcolare l'integrale della forma differenziale

$$\omega = y^2 dx + xy dy + xz dz$$

lungo la curva γ in $\mathbb{R}^3$ il cui supporto è dato dall'intersezione del piano

$$z = y$$

con la superficie cilindrica di equazione

$$x^2 + y^2 = 2x$$

orientata secondo una qualsiasi delle due orientazioni possibili.

Esercizio 4. Trovare i punti dell'insieme

$$E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \ : \ x + z = 1, \ 4x^2 + y^2 = 16\}$$

che si trovano, rispettivamente, a distanza minima e massima dall'origine.