UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica 2 (Ing. Edile)

Esercizi – 27.III.2001

1. Sia data la funzione $f(x,y) = 3x^2 + 4y^2 - 2xy^3$.
   (a) Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(-2, 0, f(-2,0))$.
   (b) Calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(-2,0)$ con $v = (1,2)$.
   (c) Determinare i punti critici di f e studiarne la natura (cioè dire se sono di massimo locale, di minimo locale, o di sella).

2. Sia data la funzione $f(x,y) = \exp(1 - x^2 + y^2)$.
   (a) Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, -2, f(1,-2))$.
   (b) Calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(-1,2)$ con $v = (2,-1)$.
   (c) Determinare i punti critici di f e studiarne la natura.

3. Sia data la funzione $f(x,y) = xy(1 + x + y)$.
   (a) Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(-2, 1, f(-2,1))$.
   (b) Calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(-2,1)$ con $v = (3,2)$.
   (c) Determinare i punti critici di f e studiarne la natura.

4. Sia data la funzione $f(x,y) = \exp(4x - x^2 - 4y^2 - 3)$.
   (a) Calcolare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 0, f(1,0))$.
   (b) Calcolare $\frac{\partial f}{\partial v}(1,0)$ con $v = (2,-2)$.
   (c) Determinare i punti critici di f e studiarne la natura.

5. Per ciascuna delle seguenti funzioni, determinare i punti critici e studiarne la natura.
   (a) $f(x,y) = x^2 e^y - y^2 + y$
   (b) $f(x,y) = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2$
   (c) $f(x,y) = e^{x^2+y^2} - e^4 x^2$.

6. Verificare che l'origine $(0,0)$ è un punto critico per le seguenti funzioni e determinarne la natura.
   (a) $f(x,y) = x^2(\cos y - 1)$
   (b) $f(x,y) = (1 + x^3)(1 - y^2)$
   (c) $f(x,y) = \sin^2 x + \sin^3 y$
   (d) $f(x,y) = e^{x^2} + y^4 + 1$
   (e) $f(x,y) = (x - y)^4$
   (f) $f(x,y) = (x + y)^5$.