UNIVERSITÀ DI ROMA "TOR VERGATA"

Analisi Matematica 2 Ing. Elettr. , Telec.

Esercizi – 7.I.2002

1. Calcolare i seguenti integrali definiti

$$(a)\ \int_{-2}^{-1}(x^3+x^2)\,dx. \qquad (b)\ \int_{-1}^{0}(2x-x^3-2x^4)\,dx \qquad (c)\ \int_{1}^{2}\left(\frac{3}{(x-3)^3}+\frac{1}{x^4}\right)dx.$$

$$(d)\ \int_{1}^{3}\left(\frac{1}{x^2}-6x\right)dx \qquad (e)\ \int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{\sqrt{x+2}}+x\right)dx \qquad (f)\ \int_{1}^{2}\frac{dx}{3x^2+1}.$$

2. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$(a)\ \int \tan x\,dx, \qquad (b)\ \int \frac{\cos x}{1-\sin x}\,dx, \qquad (c)\ \int \sin x(1-\cos^2 x)\,dx$$

$$(d)\ \int xe^{-x^2}\,dx, \qquad (e)\ \int \frac{e^x}{e^x+1}\,dx, \qquad (f)\ \int \frac{e^{-4x}}{e^{-4x}+2}\,dx,$$

$$(g)\ \int \frac{dx}{x+\sqrt{x}} \qquad \text{(sugg. scrivere } x+\sqrt{x}=\sqrt{x}(\sqrt{x}+1))$$

$$(h)\ \int \cos^3 x\,dx \qquad \text{(sugg. scrivere } \cos^3 x=\cos x(1-\sin^2 x))$$

3. Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$(a)\ \int (x^2+x)\cos x\,dx \qquad (b)\ \int e^x \sin 2x\,dx \qquad (c)\ \int x^3 e^{2x}\,dx.$$

4. Dire se le seguenti funzioni posseggono integrale definito tra $[-1,1]$ e se possibile determinarne il valore: (i) $f(x)=|x|$, (ii) $f(x)=\operatorname{sgn} x$, (iii) $f(x)=$ funzione di Dirichlet ($=1$ sui razionali e $=0$ sugli irrazionali).

5. Sia $f:[0,3]\to\mathbb{R}$ una funzione integrabile tale che $1\le f(x)\le 2$. Tra quali valori è compreso il suo integrale su $[0,3]$?

6. E' vero che $\int_a^b |f'(x)|dx = |f(b)-f(a)|$ per ogni $f\in C^1([a,b])$? Se non è vero, lo diventa sostituendo l'uguaglianza con $\le$ o $\ge$?