Problema n. 200

controlli oltre al primo: 0

Quesito n. A Sia $f : (0, +\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Si considerino le affermazioni:
(a) se $f(x) \to 1$ per $x \to +\infty$ allora $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ diverge;
(b) se $f(x) \to 1$ per $x \to 0$ allora $\int_0^1 f(x)\,dx$ diverge;
(c) se $|f(x)| \le e^{-x}$ per ogni $x \in (0, +\infty)$ allora $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ converge.

A (a) e (c) sono vere, (b) è falsa B (a) e (b) sono vere, (c) è falsa C (a), (b) e (c) sono tutte false D (a), (b) e (c) sono tutte vere E (a) e (b) sono false, (c) è vera F (a) e (c) sono false, (b) è vera G nessuna delle altre risposte è esatta.

Quesito n. B Sia $f : (0, +\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua. Si considerino le affermazioni:
(a) se $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ esiste finito allora $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge;
(b) se $\lim_{x\to 0} f(x)$ esiste finito allora $\int_0^1 f(x)\,dx$ converge;
(c) se $f(x) < 1/x$ per ogni $x \ge 1$ allora $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ diverge.

A (a) e (c) sono false, (b) è vera B (a) e (b) sono vere, (c) è falsa C (a), (b) e (c) sono tutte false D (a), (b) e (c) sono tutte vere E (c) è vera, (a) e (b) sono false F (a) e (c) sono vere, (b) è falsa G nessuna delle altre risposte è esatta.

Quesito n. C Sia $f : [1, +\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua e positiva. Si considerino le affermazioni:
(a) se $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ diverge allora $\int_1^{+\infty} xf(x)\,dx$ diverge;
(b) se $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge allora $\int_1^{+\infty} xf(x)\,dx$ converge;
(c) se $\int_1^{+\infty} f(x)\,dx$ converge allora $\int_1^{+\infty} f(x)\sin x\,dx$ converge.

A (a) e (c) sono vere, (b) è falsa B (a) e (b) sono vere, (c) è falsa C (a), (b) e (c) sono tutte false D (a), (b) e (c) sono tutte vere E (c) è vera, (a) e (b) sono false F (a) è vera, (b) e (c) sono false G nessuna delle altre risposte è esatta.

Quesito n. D Sia $f : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione continua e positiva. Si considerino le affermazioni:
(a) $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ converge se e solo se $\int_0^{+\infty} (2 + \sin x) f(x)\,dx$ converge;
(b) $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ converge se e solo se $\int_0^{+\infty} \frac{f(x)}{2+\sin x}\,dx$ converge;
(c) $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ converge se e solo se $\int_0^{+\infty} f(x)\sin x\,dx$ converge.

A (a) e (b) sono vere, (c) è falsa B (a) e (c) sono vere, (b) è falsa C (a), (b) e (c) sono tutte false D (a), (b) e (c) sono tutte vere E (c) è vera, (a) e (b) sono false F (a) è vera, (b) e (c) sono false G nessuna delle altre risposte è esatta.

Quesito n. E Sia $P(x)$ un polinomio di grado n. Si considerino le affermazioni:
(a) in ogni caso $\int_1^{+\infty} \frac{P(x)}{x^{n+1}}\,dx$ converge;
(b) in ogni caso $\int_1^{+\infty} \frac{P(x)}{x^{n+2}}\,dx$ converge;
(c) in ogni caso $\int_1^{+\infty} P(x)e^{-x}\,dx$ converge.

A (b) e (c) sono vere, (a) è falsa B (a) e (b) sono vere, (c) è falsa C (a), (b) e (c) sono tutte false D (a), (b) e (c) sono tutte vere E (c) è vera, (a) e (b) sono false F (a) è vera, (b) e (c) sono false G nessuna delle altre risposte è esatta.

Quesito n. F Sia $P(x)$ un polinomio di grado n. Si considerino le affermazioni:
(a) in ogni caso $\int_2^{+\infty} \frac{P(x)}{(\ln x)^{n+1}}\,dx$ converge;
(b) in ogni caso $\int_1^{+\infty} \frac{P(x)}{x^{n+1}}\,dx$ converge;
(c) in ogni caso $\int_1^{+\infty} P(x)e^{(n+1)x}\,dx$ converge.

A (a), (b) e (c) sono tutte false B (a) e (b) sono vere, (c) è falsa C (b) e (c) sono vere, (a) è falsa D (a), (b) e (c) sono tutte vere E (c) è vera, (a) e (b) sono false F (a) è vera, (b) e (c) sono false G nessuna delle altre risposte è esatta.

©Callegari Emanuele c/o dip. Matematica, Univ. Roma Tor Vergata - consentito solo utilizzo personale e non commerciale
www.mat.uniroma2.it/~callegar