Problema n. 159

controlli oltre al primo: 0

Quesito n. A Siano date le serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ a termini positivi. Si supponga inoltre che $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ sia divergente. Si considerino le affermazioni: **(a)** se, definitivamente in n, $a_{2n} > b_n$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge, **(b)** se, definitivamente in n, $a_n > b_{2n}$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge, **(c)** se, frequentemente in n, $a_n > b_n$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ **(a)** è vera mentre **(b)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{B}}$ **(b)** è vera mentre **(a)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{C}}$ **(c)** è vera mentre **(a)** e **(b)** sono false $\boxed{\text{D}}$ due di esse sono vere e una è falsa $\boxed{\text{E}}$ sono tutte vere $\boxed{\text{F}}$ sono tutte false $\boxed{\text{G}}$ nessuna delle altre risposte è esatta

---

Quesito n. B Siano date la serie convergente $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e la successione (b_n). Si considerino le affermazioni: **(a)** se $b_n \to 0$ per $n \to +\infty$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge, **(b)** se $a_n \geq 0$ per ogni n e b_n è limitata allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge, **(c)** se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ è a segni alterni e b_n ha limite finito allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ **(b)** è vera mentre **(a)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{B}}$ **(a)** è vera mentre **(b)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{C}}$ **(c)** è vera mentre **(a)** e **(b)** sono false $\boxed{\text{D}}$ due di esse sono vere e una è falsa $\boxed{\text{E}}$ sono tutte vere $\boxed{\text{F}}$ sono tutte false $\boxed{\text{G}}$ nessuna delle altre risposte è esatta

---

Quesito n. C Siano date le serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$. Si considerino le affermazioni: **(a)** se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ convergono allora anche $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge, **(b)** se $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n + b_n)$ converge allora anche $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} a_b$ convergono e si ha $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n + b_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n + \sum_{n=0}^{+\infty} a_n$, **(c)** se $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n + b_n)$ e $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n - b_n)$ convergono allora per ogni $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ anche la serie $\sum_{n=0}^{+\infty}(\alpha a_n + \beta b_n)$ converge. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ **(c)** è vera mentre **(a)** e **(b)** sono false $\boxed{\text{B}}$ **(b)** è vera mentre **(a)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{C}}$ **(a)** è vera mentre **(b)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{D}}$ due di esse sono vere e una è falsa $\boxed{\text{E}}$ sono tutte vere $\boxed{\text{F}}$ sono tutte false $\boxed{\text{G}}$ nessuna delle altre risposte è esatta

---

Quesito n. D Siano date le serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ a termini positivi. Si supponga inoltre che $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ sia convergente. Si considerino le affermazioni: **(a)** se $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{b_{n+1}}{b_n}$ definitivamente in n allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, **(b)** se $\frac{b_n}{a_n} < 100$ definitivamente in n allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, **(c)** se $\frac{b_n}{a_n} \to 100$ per $n \to +\infty$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ due di esse sono vere e una è falsa $\boxed{\text{B}}$ **(b)** è vera mentre **(a)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{C}}$ **(c)** è vera mentre **(a)** e **(b)** sono false $\boxed{\text{D}}$ **(a)** è vera mentre **(b)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{E}}$ sono tutte vere $\boxed{\text{F}}$ sono tutte false $\boxed{\text{G}}$ nessuna delle altre risposte è esatta

---

Quesito n. E Siano date le serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ a termini positivi. Si considerino le affermazioni: **(a)** se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ convergono allora anche $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge, **(b)** se $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n + b_n)$ converge allora anche $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} a_b$ convergono e si ha $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n + b_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n + \sum_{n=0}^{+\infty} a_n$, **(c)** se $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n + b_n)$ e $\sum_{n=0}^{+\infty}(a_n - b_n)$ convergono allora per ogni $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ anche la serie $\sum_{n=0}^{+\infty}(\alpha a_n + \beta b_n)$ converge. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ sono tutte vere $\boxed{\text{B}}$ **(b)** è vera mentre **(a)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{C}}$ **(c)** è vera mentre **(a)** e **(b)** sono false $\boxed{\text{D}}$ due di esse sono vere e una è falsa $\boxed{\text{E}}$ **(a)** è vera mentre **(b)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{F}}$ sono tutte false $\boxed{\text{G}}$ nessuna delle altre risposte è esatta

---

Quesito n. F Sia data la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ a termini non nulli. Si considerino le affermazioni: **(a)** se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n^2$ converge, **(b)** se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n^2$ converge allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, **(c)** se $a_n \to +\infty$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ converge. Allora:

$\boxed{\text{A}}$ sono tutte false $\boxed{\text{B}}$ **(b)** è vera mentre **(a)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{C}}$ **(c)** è vera mentre **(a)** e **(b)** sono false $\boxed{\text{D}}$ due di esse sono vere e una è falsa $\boxed{\text{E}}$ sono tutte vere $\boxed{\text{F}}$ **(a)** è vera mentre **(b)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{G}}$ nessuna delle altre risposte è esatta