

Problema n. 159

controlli oltre al primo: 0

Quesito n. A Siano date le serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ a termini positivi. Si supponga inoltre che $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ sia divergente. Si considerino le affermazioni: (a) se, definitivamente in n , $a_{2n} > b_n$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge, (b) se, definitivamente in n , $a_n > b_{2n}$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge, (c) se, frequentemente in n , $a_n > b_n$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ diverge. Allora:

☐ (a) è vera mentre (b) e (c) sono false ☐ (b) è vera mentre (a) e (c) sono false ☐ (c) è vera mentre (a) e (b) sono false ☐ due di esse sono vere e una è falsa ☐ sono tutte vere ☐ sono tutte false ☐ nessuna delle altre risposte è esatta

Quesito n. B Siano date la serie convergente $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e la successione (b_n) . Si considerino le affermazioni: (a) se $b_n \rightarrow 0$ per $n \rightarrow +\infty$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge, (b) se $a_n \geq 0$ per ogni n e b_n è limitata allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge, (c) se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ è a segni alterni e b_n ha limite finito allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge. Allora:

☐ (b) è vera mentre (a) e (c) sono false ☐ (a) è vera mentre (b) e (c) sono false ☐ (c) è vera mentre (a) e (b) sono false ☐ due di esse sono vere e una è falsa ☐ sono tutte vere ☐ sono tutte false ☐ nessuna delle altre risposte è esatta

Quesito n. C Siano date le serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$. Si considerino le affermazioni: (a) se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ convergono allora anche $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge, (b) se $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n + b_n)$ converge allora anche $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} a_b$ convergono e si ha $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n + \sum_{n=0}^{+\infty} a_n$, (c) se $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n + b_n)$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n - b_n)$ convergono allora per ogni $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ anche la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} (\alpha a_n + \beta b_n)$ converge. Allora:

☐ (c) è vera mentre (a) e (b) sono false ☐ (b) è vera mentre (a) e (c) sono false ☐ (a) è vera mentre (b) e (c) sono false ☐ due di esse sono vere e una è falsa ☐ sono tutte vere ☐ sono tutte false ☐ nessuna delle altre risposte è esatta

Quesito n. D Siano date le serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ a termini positivi. Si supponga inoltre che $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ sia convergente. Si considerino le affermazioni: (a) se $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq \frac{b_{n+1}}{b_n}$ definitivamente in n allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, (b) se $\frac{b_n}{a_n} < 100$ definitivamente in n allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, (c) se $\frac{b_n}{a_n} \rightarrow 100$ per $n \rightarrow +\infty$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge. Allora:

☐ due di esse sono vere e una è falsa ☐ (b) è vera mentre (a) e (c) sono false ☐ (c) è vera mentre (a) e (b) sono false ☐ (a) è vera mentre (b) e (c) sono false ☐ sono tutte vere ☐ sono tutte false ☐ nessuna delle altre risposte è esatta

Quesito n. E Siano date le serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ a termini positivi. Si considerino le affermazioni: (a) se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} b_n$ convergono allora anche $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n b_n$ converge, (b) se $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n + b_n)$ converge allora anche $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} a_b$ convergono e si ha $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n + b_n) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n + \sum_{n=0}^{+\infty} a_n$, (c) se $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n + b_n)$ e $\sum_{n=0}^{+\infty} (a_n - b_n)$ convergono allora per ogni $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ anche la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} (\alpha a_n + \beta b_n)$ converge. Allora:

☐ sono tutte vere ☐ (b) è vera mentre (a) e (c) sono false ☐ (c) è vera mentre (a) e (b) sono false ☐ due di esse sono vere e una è falsa ☐ (a) è vera mentre (b) e (c) sono false ☐ sono tutte false ☐ nessuna delle altre risposte è esatta

Quesito n. F Sia data la serie $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ a termini non nulli. Si considerino le affermazioni: (a) se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n^2$ converge, (b) se $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n^2$ converge allora $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$ converge, (c) se $a_n \rightarrow +\infty$ allora $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$ converge. Allora:

☐ sono tutte false ☐ (b) è vera mentre (a) e (c) sono false ☐ (c) è vera mentre (a) e (b) sono false ☐ due di esse sono vere e una è falsa ☐ sono tutte vere ☐ (a) è vera mentre (b) e (c) sono false ☐ nessuna delle altre risposte è esatta