

**ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2018-19**  
**Sesto appello del 10/9/2019, ore 10:00**

---

1. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  converge la serie  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(\log n)^{\alpha-1}}{n^{\alpha+2} + n^{\alpha-2}}$ .
2. Calcolare, dove converge, la somma della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+2}}{(n+1)!} x^{n-1}$ .
3. Calcolare l'insieme di convergenza puntuale  $D$  e il limite della successione di funzioni  $f_n(x) = \left| \arctan\left(\frac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}\right) \right|$ . Dire se la convergenza è uniforme su  $D$ .
4. Dire se è continua e se è differenziabile in  $x = y = 0$  la funzione definita da  $f(0,0) = 0$  e  $f(x,y) = \frac{x^2y - y^2x}{x^2 + y^2}$  per  $(x,y) \neq (0,0)$ .
5. Trovare **tutti** i punti di massimo e minimo di  $f(x,y) = (y+x)^2$  sull'insieme  $\{(x,y) : x^2 + 4y^2 \leq 4\}$  usando, ove possibile, i moltiplicatori di Lagrange.
6. Dire se l'insieme  $\{(x,y) : ((2-x)^3 + y^6 - 4)x^2 = 0\}$  definisce implicitamente una curva nell'intorno di ogni suo punto.
7. Sia  $\omega = z dx + x dy - y dz$ . Dire se  $\omega$  è esatta e calcolare  $\int_{\gamma} \omega$ , dove  $\gamma$  parametrizza il segmento orientato di estremi  $(0,1,0)$  e  $(1,1,0)$ .
8. Trovare una parametrizzazione  $\gamma$  della curva ottenuta intersecando la sfera di centro  $(0,0,0)$  e raggio 2 e la superficie  $x = \sqrt{z^2 + y^2}$ . Calcolare  $\int_{\gamma} x^2 dx$ .
9. Sia  $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1, 3x^2 < y^2\}$ . Disegnare  $D$  e calcolare  $\iint_D x^2 dx dy$ .
10. Sia  $D = \{(x,y,z) : (z-y)^2 + (y-x)^2 \leq 1 - y^2\}$ . Calcolare il volume di  $D$  integrando per sezioni opportunamente.