ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2018-19
Quinto appello del 26/8/2019, ore 11:30

---

1. Dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ converge la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{(\log n)^{\alpha+1}}{n^{\alpha+2}+n^{\alpha}}$.

2. Calcolare, dove converge, la somma della serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} e^n x^{n+1}$.

3. Calcolare l'insieme di convergenza puntuale D e il limite della successione di funzioni $f_n(x) = \left(\dfrac{1-x^{2n}}{1+x^{2n}}\right)^{2n}$. Dire se la convergenza è uniforme su D.

4. Dire se è continua e se è differenziabile in $x = y = 0$ la funzione definita da $f(0,0) = 0$ e $f(x,y) = \dfrac{x^2y^2 - y^3x}{x^2+y^2}$ per $(x,y) \neq (0,0)$

5. Trovare **tutti** i punti di massimo e minimo di $f(x,y) = (y-x)^2$ sull'insieme $\{(x,y) : x^2 + 4y^2 \leq 1\}$ usando, ove possibile, i moltiplicatori di Lagrange.

6. Dire se l'insieme $\{(x,y) : ((2-x)^3 + y^6 - 4)x^2 = 0\}$ definisce implicitamente una curva nell'intorno di ogni suo punto.

7. Sia $\omega = z\,dx + z\,dy + z\,dz$. Dire se ω è esatta e calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ parametrizza il segmento orientato di estremi $(0,0,1)$ e $(1,1,0)$.

8. Trovare una parametrizzazione γ della curva ottenuta intersecando la sfera di centro $(0,0,0)$ e raggio 2 e la superficie $x = \sqrt{z^2+y^2}$. Calcolare $\displaystyle\int_\gamma x\,dx$.

9. Sia $D = \{(x,y) : x^2+y^2 \leq 1,\ |x| < |y|\}$ Disegnare D e calcolare $\displaystyle\iint_D x^2y^2\,dx\,dy$.

10. Sia $D = \{(x,y,z) : (z-x)^2 + (y-x)^2 \leq 1 - x^2\}$. Calcolare il volume di D.