

**ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2018-19**  
**Quarto appello del 16/7/2019, ore 10:00**

---

1. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  converge la serie  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{n^{\alpha+1}}{(\log n)^{\alpha+2} + 1}$ .
2. Calcolare, dove converge, la somma della serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n+1} 3^n x^{n+1}$ .
3. Calcolare l'insieme di convergenza puntuale  $D$  e il limite della successione di funzioni  $f_n(x) = \left| \frac{3 - x^{2n}}{3 + x^{2n}} \right|^n$ . Dire se la convergenza è uniforme su  $D$ .
4. Calcolare, se esiste, la retta tangente all'insieme definito implicitamente da  $\{(x, y) : (\log(x + 2y))^{\log xy} = 1\}$  per  $x = y = 1$
5. Trovare tutti i punti di massimo e minimo di  $f(x, y) = |y^2 - x^2|$  sull'insieme  $\{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .
6. Dire se l'insieme  $\{(x, y) : ((y - 1)^2 + x^2 - 2)x^2 = 0\}$  definisce implicitamente una curva nell'intorno di ogni suo punto.
7. Sia  $\omega = z dx + y dy + z dz$ . Dire se  $\omega$  è esatta e calcolare  $\int_{\gamma} \omega$ , dove  $\gamma$  parametrizza il segmento orientato di estremi  $(0, 0, 1)$  e  $(1, 1, 0)$ .
8. Trovare una parametrizzazione  $\gamma$  della curva ottenuta intersecando la sfera di centro  $(0, 0, 0)$  e raggio 2 e la superficie  $z = \max\{|x|, |y|\}$ . Calcolare  $\int_{\gamma} x dx$ .
9. Sia  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1, x < \max\{y, -y\}\}$  Disegnare  $D$  e calcolare  $\iint_D xy^2 dx dy$ .
10. Sia  $D = \{(x, y, z) : (z - x)^2 + (y - x)^2 \leq x - x^2\}$ . Calcolare il volume di  $D$ .