

**ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2017-18**  
**Seconda prova intermedia del 1/12/2017**

---

1. Disegnare il dominio di  $f(x, y) = \log(-x - y^2) + \frac{1}{\sqrt{1 - (y - 1)^2 - x^2}}$ .

Dire se è aperto, chiuso, limitato.

2. Dire se esiste il limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3y - 2y^5}{x^4 + y^4}$  e, in caso affermativo, calcolarlo.

3. Trovare i punti stazionari di  $f(x, y) = x^3y + 4y^3x - 4xy$  con  $x > 0$  e classificarli.

4. Trovare i punti di massimo e minimo di  $f(x, y) = |x - y|$  su  $\{(x, y) : x^2 + 4y^2 = 1\}$  usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.

5. Scrivere la retta tangente all'insieme  $\{(x, y) : \log(y^2 - x^2) + 3(1 + \tan x)^y = 3\}$  in  $x = 0$ ,  $y = 1$ .

6. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'insieme  $\{(x, y) : (x^2 + y^2 - \alpha)((x - 1)^2 + y^2 - 1) = 0\}$  definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.

7. Sia  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{1+t^2}, \frac{t^2}{1+t^2} \right)$ .

(a) determinarne i punti singolari; (b) disegnarne il sostegno; (c) calcolarne la lunghezza  
(Suggerimento: usare (b) per cambiare parametrizzazione).

8. Sia  $\gamma$  una parametrizzazione del quarto del cerchio di centro  $(0, 1)$  e raggio 1 con estremi in  $(1, 1)$  e  $(0, 2)$ . Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{x}{2+y} ds$

**ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2017-18**  
**Seconda prova intermedia del 1/12/2017**

---

1. Disegnare il dominio di  $f(x, y) = \log(x - y^2) + \frac{1}{\sqrt{1 - (y - 1)^2 - x^2}}$ .  
Dire se è aperto, chiuso, limitato.
  
2. Dire se esiste il limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3y + 2x^5}{x^4 + y^4}$  e, in caso affermativo, calcolarlo.
  
3. Trovare i punti stazionari di  $f(x, y) = x^3y + 4y^3x - 4xy$  con  $x < 0$  e classificarli.
  
4. Trovare i punti di massimo e minimo di  $f(x, y) = |x - y|$  su  $\{(x, y) : 4x^2 + y^2 = 1\}$  usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.
  
5. Scrivere la retta tangente all'insieme  $\{(x, y) : \log(y^2 - x^2) + 2(1 + \tan x)^y = 2\}$  in  $x = 0$ ,  $y = 1$ .
  
6. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'insieme  $\{(x, y) : (x^2 + y^2 - \alpha)((x + 1)^2 + y^2 - 1) = 0\}$  definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.
  
7. Sia  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{1 + t^2}, \frac{2t^2}{1 + t^2} \right)$ .  
(a) determinarne i punti singolari; (b) disegnarne il sostegno; (c) calcolarne la lunghezza  
(Suggerimento: usare (b) per cambiare parametrizzazione).
  
8. Sia  $\gamma$  una parametrizzazione del quarto del cerchio di centro  $(0, 1)$  e raggio 1 con estremi in  $(0, 2)$  e  $(-1, 1)$ . Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{x}{2 + y} ds$

**ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2017-18**  
**Seconda prova intermedia del 1/12/2017**

---

1. Disegnare il dominio di  $f(x, y) = \log(-x - y^2) + \frac{1}{\sqrt{1 - (y + 1)^2 - x^2}}$ .  
Dire se è aperto, chiuso, limitato.
  
2. Dire se esiste il limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^3x - 2y^5}{x^4 + y^4}$  e, in caso affermativo, calcolarlo.
  
3. Trovare i punti stazionari di  $f(x, y) = x^3y + 4y^3x - 4xy$  con  $y > 0$  e classificarli.
  
4. Trovare i punti di massimo e minimo di  $f(x, y) = |x - y|$  su  $\{(x, y) : x^2 + 9y^2 = 1\}$  usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.
  
5. Scrivere la retta tangente all'insieme  $\{(x, y) : 3(1 + \tan x)^y - \log(y^2 - x^2) = 3\}$  in  $x = 0$ ,  $y = 1$ .
  
6. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'insieme  $\{(x, y) : (x^2 + y^2 + \alpha)((x - 1)^2 + y^2 - 1) = 0\}$  definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.
  
7. Sia  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{1 + t^2}, -\frac{t^2}{1 + t^2} \right)$ .  
(a) determinarne i punti singolari; (b) disegnarne il sostegno; (c) calcolarne la lunghezza  
(Suggerimento: usare (b) per cambiare parametrizzazione).
  
8. Sia  $\gamma$  una parametrizzazione del quarto del cerchio di centro  $(0, 1)$  e raggio 1 con estremi in  $(-1, 1)$  e  $(0, 0)$ . Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{x}{2 + y} ds$

**ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2017-18**  
**Seconda prova intermedia del 1/12/2017**

---

1. Disegnare il dominio di  $f(x, y) = \log(x - y^2) + \frac{1}{\sqrt{1 - (y + 1)^2 - x^2}}$ .  
Dire se è aperto, chiuso, limitato.
  
2. Dire se esiste il limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^3 y + 4x^5}{x^4 + y^4}$  e, in caso affermativo, calcolarlo.
  
3. Trovare i punti stazionari di  $f(x, y) = x^3 y + 4y^3 x - 4xy$  con  $y < 0$  e classificarli.
  
4. Trovare i punti di massimo e minimo di  $f(x, y) = |x + y|$  su  $\{(x, y) : x^2 + 4y^2 = 1\}$  usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.
  
5. Scrivere la retta tangente all'insieme  $\{(x, y) : 4(1 + \tan x)^y - \log(y^2 - x^2) = 4\}$  in  $x = 0$ ,  $y = 1$ .
  
6. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'insieme  $\{(x, y) : (x^2 + y^2 + \alpha)((x + 1)^2 + y^2 - 1) = 0\}$  definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.
  
7. Sia  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{1 + t^2}, -\frac{2t^2}{1 + t^2} \right)$ .  
(a) determinarne i punti singolari; (b) disegnarne il sostegno; (c) calcolarne la lunghezza  
(Suggerimento: usare (b) per cambiare parametrizzazione).
  
8. Sia  $\gamma$  una parametrizzazione del quarto del cerchio di centro  $(0, 1)$  e raggio 1 con estremi in  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$ . Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{x}{2 + y} ds$

**ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2017-18**  
**Seconda prova intermedia del 1/12/2017**

---

1. Disegnare il dominio di  $f(x, y) = \log(x - y^2) + \frac{1}{\sqrt{1 - (y - 1)^2 - x^2}}$ .  
Dire se è aperto, chiuso, limitato.
  
2. Dire se esiste il limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2 - 2y^5}{x^4 + y^4}$  e, in caso affermativo, calcolarlo.
  
3. Trovare i punti stazionari di  $f(x, y) = x^3 y + 4y^3 x - 4xy$  con  $y > 0$  e classificarli.
  
4. Trovare i punti di massimo e minimo di  $f(x, y) = |x + y|$  su  $\{(x, y) : x^2 + 9y^2 = 1\}$  usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.
  
5. Scrivere la retta tangente all'insieme  $\{(x, y) : \log(y^2 - x^2) + 3(1 + \tan x)^y = 3\}$  in  $x = 0$ ,  $y = 1$ .
  
6. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'insieme  $\{(x, y) : (x^2 + y^2 + \alpha)((y - 1)^2 + x^2 - 1) = 0\}$  definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.
  
7. Sia  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{1 + t^2}, -\frac{t^2}{1 + t^2} \right)$ .  
(a) determinarne i punti singolari; (b) disegnarne il sostegno; (c) calcolarne la lunghezza  
(Suggerimento: usare (b) per cambiare parametrizzazione).
  
8. Sia  $\gamma$  una parametrizzazione del quarto del cerchio di centro  $(0, 1)$  e raggio 1 con estremi in  $(1, 1)$  e  $(0, 2)$ . Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{x}{2 + y} ds$

**ANALISI MATEMATICA II - A.A. 2017-18**  
**Seconda prova intermedia del 1/12/2017**

---

1. Disegnare il dominio di  $f(x, y) = \log(-x - y^2) + \frac{1}{\sqrt{1 - (y - 1)^2 - x^2}}$ .  
Dire se è aperto, chiuso, limitato.
  
2. Dire se esiste il limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2 - 2x^5}{x^4 + y^4}$  e, in caso affermativo, calcolarlo.
  
3. Trovare i punti stazionari di  $f(x, y) = x^3 y + 4y^3 x - 4xy$  con  $y > 0$  e classificarli.
  
4. Trovare i punti di massimo e minimo di  $f(x, y) = |x + y|$  su  $\{(x, y) : 4x^2 + y^2 = 1\}$  usando i moltiplicatori di Lagrange ove possibile.
  
5. Scrivere la retta tangente all'insieme  $\{(x, y) : \log(y^2 - x^2) + 3(1 + \tan x)^y = 3\}$  in  $x = 0$ ,  $y = 1$ .
  
6. Dire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}$  l'insieme  $\{(x, y) : (x^2 + y^2 + \alpha)((y + 1)^2 + x^2 - 1) = 0\}$  definisce implicitamente una curva regolare nell'intorno di ogni suo punto.
  
7. Sia  $\gamma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$  definita da  $\gamma(t) = \left( \frac{1}{1+t^2}, \frac{t^2}{1+t^2} \right)$ .  
(a) determinarne i punti singolari; (b) disegnarne il sostegno; (c) calcolarne la lunghezza  
(Suggerimento: usare (b) per cambiare parametrizzazione).
  
8. Sia  $\gamma$  una parametrizzazione del quarto del cerchio di centro  $(0, 1)$  e raggio 1 con estremi in  $(0, 2)$  e  $(-1, 1)$ . Calcolare  $\int_{\gamma} \frac{x}{2+y} ds$