

# Integrali su superfici

Andrea Braides

1. Calcolare l'area della superficie sferica della sfera di raggio unitario contenuta nel cilindro  $\{(x, y, x) : x^2 + z^2 \leq R^2\}$  al variare di  $R \geq 0$ .

2. Calcolare l'area della superficie del toro.

3. Sia  $S$  la superficie data da  $\begin{cases} x = 2uv \\ y = u^2 - v^2 \\ z = u^2 + v^2 \\ u^2 + v^2 \leq 1. \end{cases}$  Calcolare  $\iint_S (x^2 + y^2) dS$ .

4. Calcolare l'area della parte di superficie cilindrica  $x^2 + y^2 = 2y$  interna alla sfera  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$  interpretandola come l'immagine di una funzione  $\Phi(y, z) = (\varphi(y, z), y, z)$  definita sulla proiezione di tale parte di superficie cilindrica sul piano  $yz$ .

5. Sia  $S$  la superficie data da  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2(x^2 + y^2) = 1, 1 \leq z \leq 2\}$ .

Calcolare  $\iint_S \frac{1}{z^4} dS$ .

6. Sia  $S$  la superficie data da  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = xy, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x, x^2 + y^2 < 1\}$ .

Calcolare  $\iint_S xy dS$ .

7. Sia  $S$  la superficie data da  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z^2 = x^2 + y^2, |z| \leq 2\}$ .

Calcolare  $\iint_S z^2 dS$ .

8. Sia  $S$  la superficie data da  $\{(x, y, z) = (\sin(uv), \cos(uv), u) : \frac{1}{2} < u < v < 1\}$ .

Calcolare  $\iint_S \frac{x^2 + y^2}{z^3} dS$ .