

Formule di Green

Andrea Braides

Nei seguenti esercizi usare le formule di Green

1. Sia D la parte limitata del piano xy compresa tra le parabole $y = x - x^2$ e $x = y + y^2$. Disegnare D e determinarne una parametrizzazione del bordo in senso orario. Calcolare l'area dell'insieme D mediante le formule di Green.
2. Calcolare $\int_{\gamma} \omega$, dove $\omega = (x - y^3)dx + (y^3 + x^3)dy$ e γ è una parametrizzazione orientata positivamente del contorno del quarto di disco $x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1$.
3. Calcolare l'area della parte limitata di piano D delimitata dalla curva $\gamma(t) = (t \cos t, t \sin t)$ ($t \in [0, 2\pi]$) e dal segmento di estremi $(0, 0)$ e $(2\pi, 0)$ (usando sia la formula $|D| = \int_{\partial D^+} x dy$ che $|D| = \frac{1}{2} \int_{\partial D^+} (x dy - y dx)$).
4. Calcolare $\iint_D y dx dy$, dove D è la parte di piano compresa tra l'asse delle x e il primo ramo della cicloide $t \mapsto (R(t - \sin t), R(1 - \cos t))$.