

Integrali doppi

Andrea Braides

1. Calcolare l'integrale doppio $\iint_R \sin(x+y) dx dy$ dove $R = [0, \pi] \times [-\pi/2, \pi/2]$.
2. Calcolare l'integrale doppio $\int_2^3 \int_2^3 \frac{1}{3x+2y} dx dy$.
3. Calcolare l'integrale doppio $\int_0^1 \int_0^1 x e^{xy} dx dy$.
4. Calcolare l'integrale doppio $\int_0^1 \int_0^1 x \sin(xy) dx dy$.
5. Calcolare l'integrale doppio $\iint_T xy dx dy$, dove T è il triangolo di vertici $(0,0)$, $(1,0)$ e $(1,1)$.
6. Calcolare l'integrale doppio $\iint_D xy^3 dx dy$, dove D è dato dalle relazioni $xy - y^2 \leq 0$, $y \geq 0$, $x^2 + y^2 \leq 1$.
7. Calcolare l'integrale doppio $\iint_D e^x dx dy$, dove D è dato dalle relazioni

$$2|y| - 2 \leq |x| \leq \frac{1}{2}|y| + 1.$$

8. Cambiare l'ordine di integrazione:

$$\int_0^2 \int_{3x^2}^{12x} f dy dx, \quad \int_0^1 \int_{y^2}^{\sqrt{3-y^2}} f dx dy, \quad \int_0^{1/\sqrt{2}} \int_0^x f dx dy + \int_{1/\sqrt{2}}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f dx dy.$$

9. Sia $D = \{(x, y) : (|x|+1)^2 + (|y|+1)^2 \leq 5\}$. Disegnare D e calcolare $\iint_D (1+|y|) dx dy$.
10. Sia $D = \{(x, y) : 3x^2 \leq y^2, x^2 + y^2 \leq 1\}$. Disegnare D e calcolare $\iint_D (|x| + y e^{-x^2}) dx dy$.

11. Sia $D = \{(x, y) : 2|y| \leq x \leq 1 - y^2\}$. Calcolare $\iint_D (x + 1) dx dy$.
12. Sia $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 2, |x| \leq |y|\}$. Calcolare $\iint_D (|x| + \log(1 + x^2) \sin y) dx dy$.
13. Sia $D = \{(x, y) : y^2 \leq |x| \leq \sqrt{|y|}, 2|y| \leq 1\}$. Disegnare D e calcolare $\iint_D (x^2 + x \sin^2 y) dx dy$.
14. Sia $D = \{(x, y) : y^2 \leq |x| \leq 2 + 2|y|\}$. Disegnare D e calcolare $\iint_D (|x| + x^2 \sin y) dx dy$.
15. Calcolare $\iint_D (\cos x \tan y + |x|) dx dy$, dove $D = \{(x, y) : |y| \leq (|x| - 1)^2, |x| \leq 1\}$.

Nei seguenti esercizi interpretare gli insiemi come parti dello spazio comprese tra i grafici di due funzioni.

16. Calcolare il volume di $D = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 : x \geq \sqrt{y^2 + z^2}\}$.
17. Calcolare il volume della piramide di vertici $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$.
18. Calcolare il volume del solido delimitato da $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 - z^2 + 4 = 0$.
19. Calcolare il volume della sfera di raggio r .